1. Álgebra

Coordinador:

- Luis Gutiérrez Frez, Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas, Unviversidad Austral de Chile, Valdivia.

Índice

Cómo conjugar subgrupos parabólicos en grupos de Artin-Tits

Matthieu Calvez *
DME
UFRO
Temuco.

Resumen

Presentaré un trabajo en curso sobre la estabilidad por conjugación de los subgrupos parabólicos estándar en los grupos de Artin-Tits.

*e-mail: matthieu.calvez@ufrontera.cl

Una framización para el álgebra de Temperley–Lieb de tipo $\mathtt{B}$

Marcelo Flores Henríquez[*]
Instituto de Matemáticas
Universidad de Valparaíso
Valparaíso, Chile

Resumen

El álgebra de Temperley–Lieb emerge originalmente en mecánica estadística, donde juega un rol central en el estudio de modelos de Potts en dos dimensiones. En los 80's fue redescubierta por V. Jones, primero en el contexto de álgebras de Von Neumann [4] y luego como cociente del álgebra de Hecke sobre un ideal bilatero apropiado [5]. Esto también introduce en la literarura la idea de álgebra de nudo. Una álgebra de nudo es una álgebra que soporta una única traza de Markov, la cual puede ser reascalada, permitiendo así la construcción de invariantes de nudos. El álgebra de Hecke, el álgebra de Temperley–Lieb y la BMW álgebra son los ejemplos más conocidos de álgebras de nudos.

Por otro lado, la idea de framización de un algebra de nudos fue introducida por Juyumaya y Lambropoulou en [6], y consiste en añadir generadores *framing* a la presentación de un álgebra de nudos con el fin de encontrar nuevas invariantes de framed links, y consecuentemente de links clásicos. El álgebra de Yokonuma–Hecke [8] es el prototipo de framización, de hecho esta álgebra puede ser vista como una framización del álgebra de Hecke de tipo $\mathtt{A}$.

En este trabajo extendemos $\mathrm{FTL}_{d,n}(q)$, la framización del álgebra de Temperley–Lieb de tipo $\mathtt{A}$ [2], a grupos de Coxeter de tipo $\mathtt{B}$. Para esto, consideramos el álgebra de Temperley–Lieb asociada a un grupo de Coxter arbitrario [3], y trabajamos para el caso particular de un grupo de Coxeter de tipo $\mathtt{B}$, obteniendo el álgebra denotada por $\mathrm{TL}_n^{\mathtt{B}}(\mathsf{u},\mathsf{v})$. Dicha álgebra emerge naturalmente como cociente del álgebra de Hecke de tipo $\mathtt{B}$, $\mathrm{H}_n(\mathsf{u},\mathsf{v})$. Así, damos las condiciones necesarias y suficientes para que la traza de Markov definida en $\mathrm{H}_n(\mathsf{u},\mathsf{v})$ [7] pase al cociente y construimos las invariantes nudos correspondientes. Luego, usando esto, introducimos la framización de $\mathrm{TL}_n^{\mathtt{B}}(\mathsf{u},\mathsf{v})$, la cual es definida como un cociente del álgebra $\mathrm{Y}_{d,n}^{\mathtt{B}}(\mathsf{u},\mathsf{v})$ [1], la cual, a su vez, es una framización de $\mathrm{H}_n(\mathsf{u},\mathsf{v})$. Finalmente encontramos las condiciones para que la traza de Markov definida en $\mathrm{Y}_{d,n}^{\mathtt{B}}(\mathsf{u},\mathsf{v})$ [1] pase al cociente definido anteriormente, y deducimos las invariantes asociadas para links en el toro solido.

Trabajo realizado en conjunto con:
Dimos Goundaroulis[1], Center for Integrative Genomics, Universidad de Lausanne, Lausanne, Suiza.

Referencias

[1] M. Flores, J. Juyumaya, and S. Lambropoulou, *A framization of the Hecke algebra of type* $\mathtt{B}$, in press J. Pure Appl. Algebr. https://doi.org/10.1016/j.jpaa.2017.05.006, (2016).

[*]Parcialmente financiado por FONDECYT 11170305, e-mail: `marcelo.flores@uv.cl`
[1]e-mail: `dimoklis.gkountaroulis@unil.ch`

[2] D. Goundaroulis, J. Juyumaya, A. Kontogeorgis, and S. Lambropoulou, *Framization of the Temperley-Lieb Algebra*, Math. Res. Lett., 24 (2017), pp. 299–345.

[3] R. M. Green and J. Losonczy, *Canonical bases for hecke algebra quotients*, Math. Res. Lett., 6 (1999), pp. 213–222.

[4] V. Jones, *Index for subfactors*, Inventiones Mathematicae, 72 (1983), pp. 1–25.

[5] ——, *Hecke algebra representations of braid groups and link polynomials*, Annals of Mathematics, 126 (1987), pp. 335–388.

[6] J. Juyumaya and S. Lambropoulou, *p-adic framed braids II*, Advances in Mathematics, 234 (2013), pp. 149–191.

[7] S. Lambropoulou, *Solid torus links and Hecke algebras of B-type*, in Proceedings of the Conference on Quantum Topology, D. N. Yetter ed., World Scientific Press, 1994.

[8] T. Yokonuma, *Sur la structure des anneux de Hecke d'un group de Chevalley fin*, C.R. Acad. Sc. Paris, 264 (1967), pp. 344–347.

On commutative non Power-Associative algebras.

Alicia Labra [*]
Departamento de Matemáticas
Universidad de Chile
Chile.

Resumen

Let A be a commutative algebra over a field F, characteristic $(F) \neq 2, 3$ satisfying the identity $(xx)(xx) - \lambda((xx)x)x = 0$. It is known that for $\lambda = 1$ and characteristic $(F) \neq 2, 3, 5$ the algebra is a commutative power-associative algebra (see Schafer [5]), that is, a commutative algebra such that for each element x in A, the subalgebra generated by x is associative. This is equivalent to defining power of a single element x in A recursively by $x^1 = x$, $x^{i+1} = x^i x$, and requiring that $x^i x^j = x^{i+j}\ \forall\, x \in A, i, j = 1, 2, \cdots, ...$ These algebras have being widely studied (see Albert [1], Gerstenhaber [3], Schafer [5]). For $\lambda = 0$, Guzzo and Behn [4] proved that finite dimensional commutative algebras of dimension ≤ 7 satisfying $(xx)(xx) = 0$ are solvable.

In this work we complete the study for $\lambda \neq 0, 1$. We will work with the free commutative algebra generated by a single element x. The basis is formed by monomials in the element x. Our main result is that if A is a commutative algebra satisfying the identity $(xx)(xx) - \lambda((xx)x)x = 0$ $\lambda \neq 0, 1$ then any monomial of degree ≥ 8 in a single variable is zero.

Joint work with:
Manuel Arenas[1], Departamento de Matemáticas, Universidad de Chile, Chile.
Irvin Roy Hentzel[2], Departament of Mathematics, Iowa State University, Ames, USA.

Referencias

[1] A. A. Albert. *Power-associative rings,* Trans. Amer. Math. Soc. 64 (1948) 552-593.

[2] M. Arenas, I. R. Hentzel, A.Labra *On commutative non Power-Associative algebras,* submitted (2018).

[3] M. Gerstenhaber, *On nilalgebras and linear varieties of nilpotent matrices II,* Duke Math. J. 27 (1960) 21-31.

[4] H., Jr., Guzzo, A., Behn *Solvability of a commutative algebra which satisfies* $(x^2)^2 = 0$. Comm. in Algebra 42 (1) (2014) 417-422.

[5] R. Schafer. Introduction to nonassociative algebras. Academic Press N. York, London,(1966).

[*] Partially supported by 1170547, e-mail: alimat@uchile.cl
[1] e-mail: mcarenascl@yahoo.com
[2] e-mail: hentzel@iastate.edu

Recollements of Grothendieck categories

Carlos Parra*
Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad Austral de Chile
Chile.

Resumen

The Grothendieck abelian categories are a type of abelian categories of particular importance in representation theory and algebraic geometry. Categories of modules over a ring or categories of quasi-coherent sheaves fit into this type of categories. By definition, they are abelian categories with coproducts, exact direct limits and a generator.

On the other hand, the recollements of abelian categories are useful decompositions of an abelian category into two smaller ones. In this talk, we will investigate in depth whether the property of being Grothendieck abelian glues well in a recollement. In particular, we will show that in a recollement of a Grothendieck abelian category the other two categories involved are also Grothendieck abelian and, more significantly, we provide an example where the converse does not hold and we explore multiple sufficient conditions for it to hold.

Joint work with Jorge Vitória

Referencias

[1] H. Krause, *Localization theory for triangulated categories*, Triangulated categories, 161–235, London Math. Soc. Lecture Note Ser., **375**, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2010.

[2] C. Parra and M. Saorin, *Direct limits in the heart of a t-structure: the case of a torsion pair*, J. Pure Appl. Algebra **219**, no. 9 (2015), 4117–4143.

[3] C. Parra and J. Vitória, *Properties of abelian categories via recollements*, preprint, arXiv:1710.04632.

[4] C. Psaroudakis, *Homological theory of recollements of abelian categories*, J. Algebra **398** (2014), 63–110.

[5] C. Psaroudakis, *A representation-theoretic approach to recollements of abelian categories*, preprint (2017), 75 pages.

[6] C. Psaroudakis and J. Vitória, *Recollements of module categories*, Appl. Categ. Structures **22** (2014), no. 4, 579–593.

*The author was partially supported by CONICYT/FONDECYT/Iniciación/11160078.
e-mail: `carlos.parra@uach.cl`

Teoría de representaciones modular via álgebras de blob.

David Plaza*
Instituto de Matemática y Física
Universidad de Talca
Talca, Chile

Resumen

Hace dos décadas P. Martin and D. Woodcock [2] establecieron una sorprendente conexión entre mecánica estadística y teoría de representaciones. Ellos observaron que los números de descomposición del álgebra de blob en característica cero pueden ser obtenidos evaluando en 1 los polinomios de Kazhdan-Lusztig de tipo $\tilde{A}_1$. En esta charla llevaremos esta observación mucho más allá de su alcance original. Introduciremos una conjetura que relaciona los p-polinomios de Kazhdan-Lusztig y las álgebras de blob generalizadas en característica p. Explicaremos la evidencia en favor de esta conjetura y su importancia.

Trabajo realizado en conjunto con:
Nicolás Libedinsky[1], Departamento de Mateática, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

Referencias

[1] Libedinsky, N., & Plaza, D. (2018). Blob algebra approach to modular representation theory. arXiv preprint arXiv:1801.07200.

[2] Martin, P. P., & Woodcock, D. (2003). Generalized blob algebras and alcove geometry. LMS Journal of Computation and Mathematics, 6, 249-296.

*Parcialmente financiado por FONDECYT proyecto 11160154 y Inserción en la Academia PAI-CONICYT 79150016, e-mail: `dplaza@utalca.cl`

[1]Parcialmente financiado por FONDECYT 1160152 y Anillo ACT1415, e-mail: `nlibedinsky@gmail.com`

Representaciones de grupos reductivos sobre anillos locales de largo dos.

Andrea Vera-Gajardo*
Instituto de Matemática
Universidad de Valparaíso
Chile.

Resumen

Sea $\mathcal{O}$ un anillo de valuación discreto con ideal maximal $\mathfrak{p}$ y cuerpo residual $\mathbb{F}_q$ con q elementos y característica p. Para un entero $r \geq 1$, escribimos $\mathcal{O}_r = \mathcal{O}/\mathfrak{p}^r$. Sea $\mathcal{O}'$ un segundo anillo de valuación discreto con el mismo cuerpo residual $\mathbb{F}_q$ y definamos $\mathcal{O}'_r$ análogamente. Para un cuerpo finito G y un entero $d \geq 1$ sea $\mathrm{Irr_d(G)}$ el conjunto de clases de isomorfía de representaciones irreducibles complejas de G de dimensión d. En [1], la autora conjeturó que para enteros $r, n, d \geq 1$ se tiene $\#\mathrm{Irr_d}(\mathrm{GL_n}(\mathcal{O}_\mathrm{r})) = \#\mathrm{Irr_d}(\mathrm{GL_n}(\mathcal{O}'_\mathrm{r}))$. Esto fue demostrado para $r = 2$ por P. Singla ([2]). Posteriormente, en [3], Singla probó la conjetura para los grupos clásicos y $r = 2$.

En este trabajo generalizamos los resultados de P. Singla para cualquier esquema de grupo reductivo para el cual p es un "very good prime".

Trabajo realizado en conjunto con:
Alexander Stasinski[1], Durham University, UK.

Referencias

[1] Onn, Uri, *Representations of automorphism groups of finite $\mathcal{O}-$ modules of rank two.*, Adv. in Math **219**, (2008), no.6, 2058-2085.

[2] Singla, Pooja *On representations of general linear groups over principal ideal local rings of length two.*, J. of Algebra **324**, (2010), no. 9, 2543-2563.

[3] Singla, Pooja *On representations of classical groups over principal ideal local rings of length two.*, Comm. Algebra **40**, (2012), no. 11, 4060-4067.

*Parcialmente financiado por Conicyt-PAI Concurso Nacional Inserción de Capital Humano Avanzado en la Academia convocatoria 2017 Cod 79170117, e-mail: `andreaveragajardo@gmail.com`
[1]e-mail: `alexander.stasinski@durham.ac.uk`

Un resultado sobre los grupos de Artin de ángulo recto

Paolo Sentinelli*
Departamento de Matemáticas
Universidad de Chile
Santiago, Chile

Resumen

Para cada sistema de Coxeter consideramos el álgebra generada por las proyecciones sobre cocientes parabólicos. En el caso finito esa álgebra es isomorfa al álgebra del monoide de Coxeter (0-Hecke álgebra). En el caso infinito contiene el álgebra de monoide de Coxeter como subálgebra propia. Esa construcción realiza una representación integral fiel del álgebra del monoide de Coxeter para cada sistema de Coxeter. Como aplicación mostraremos que un grupo de Artin de ángulo recto se inyecta en el álgebra de Hecke del relativo grupo de Coxeter. [1]

Referencias

[1] Sentinelli, Paolo, *Artin group injection in the Hecke algebra for right-angled groups*, arXiv preprint, (2018).

*Parcialmente financiado por Postdoctorado FONDECYT-CONICYT 3160010, e-mail: paolosentinelli@gmail.com

Representaciones de grupos reductivos sobre anillos locales de largo dos.

Andrea Vera-Gajardo *
Instituto de Matemática
Universidad de Valparaíso
Chile.

Resumen

Sea $\mathcal{O}$ un anillo de valuación discreto con ideal maximal $\mathfrak{p}$ y cuerpo residual $\mathbb{F}_q$ con q elementos y característica p. Para un entero $r \geq 1$, escribimos $\mathcal{O}_r = \mathcal{O}/\mathfrak{p}^r$. Sea $\mathcal{O}'$ un segundo anillo de valuación discreto con el mismo cuerpo residual $\mathbb{F}_q$ y definamos $\mathcal{O}'_r$ análogamente. Para un cuerpo finito G y un entero $d \geq 1$ sea $\mathrm{Irr_d(G)}$ el conjunto de clases de isomorfía de representaciones irreducibles complejas de G de dimensión d. En [1], la autora conjeturó que para enteros $r, n, d \geq 1$ se tiene $\#\mathrm{Irr_d(GL_n(\mathcal{O}_r))} = \#\mathrm{Irr_d(GL_n(\mathcal{O}'_r)))}$. Esto fue demostrado para $r = 2$ por P. Singla ([2]). Posteriormente, en [3], Singla probó la conjetura para los grupos clásicos y $r = 2$.

En este trabajo generalizamos los resultados de P. Singla para cualquier esquema de grupo reductivo para el cual p es un "very good prime".

Trabajo realizado en conjunto con:
Alexander Stasinski[1], Durham University, UK.

Referencias

[1] Onn, Uri, *Representations of automorphism groups of finite $\mathcal{O}-$ modules of rank two.*, Adv. in Math **219**, (2008), no.6, 2058-2085.

[2] Singla, Pooja *On representations of general linear groups over principal ideal local rings of length two.*, J. of Algebra **324**, (2010), no. 9, 2543-2563.

[3] Singla, Pooja *On representations of classical groups over principal ideal local rings of length two.*, Comm. Algebra **40**, (2012), no. 11, 4060-4067.

*Parcialmente financiado por Conicyt-PAI Concurso Nacional Inserción de Capital Humano Avanzado en la Academia convocatoria 2017 Cod 79170117, e-mail: `andreaveragajardo@gmail.com`

[1] e-mail: `alexander.stasinski@durham.ac.uk`