

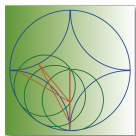
# 1. BioMatemática

**Coordinador:**

- Rodrigo del Valle, Departamento de Matemáticas, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca.

## Índice

<b>1. BioMatemática</b>	<b>1</b>
<b>Análisis de Estabilidad para un Sistema Biológico de Coexistencia de Tres Especies con Capturas</b>	<b>2</b>
<i>Erica Cruz Rivera</i>	
<b>About populations and variable habitat in size: A delay differential equation</b>	<b>4</b>
<i>Fernando Córdova-Lepe</i>	
<b>Estudio de un modelo de reacción-difusión con aplicaciones a sistemas de enzimas inmovilizadas</b>	<b>5</b>
<i>Diego Gajardo</i>	
<b>Efectos de comportamientos sociales en modelos depredador-presa de tipo Gause</b>	<b>6</b>
<i>Pedro Gajardo</i>	
<b>Una condición necesaria para el problema de control de un sistema ecológico mediante el formalismo de Dubovitskii–Milyutin</b>	<b>7</b>
<i>Fernando Huanca</i>	
<b>Optimal control in a chemostat with variable input substrate rate</b>	<b>9</b>
<i>Alejandro Rojas-Palma</i>	
<b>Patterns formation in a predator-prey system with quadratic mortality in habitat complexity</b>	<b>10</b>
<i>Luis-Miguel Villada</i>	
<b>Modelo que predice un umbral fisiológico para la extinción de la rana fósil viviente <i>Calyptocephalella gayi</i></b>	<b>11</b>
<i>Francisco Novoa Muñoz</i>	
<b>Birth and death population networks and their diffusion approximation</b>	<b>13</b>
<i>Rolando Rebolledo Berroeta</i>	
<b>Optimal control in a chemostat with variable input substrate rate</b>	<b>14</b>
<i>Alejandro Rojas-Palma</i>	
<b>Impulsive partial differential equation modeling single species dynamics</b>	<b>15</b>
<i>Karina Vilches</i>	



## Análisis de Estabilidad para un Sistema Biológico de Coexistencia de Tres Especies con Capturas

*Erica Cruz Rivera\**

*Departamento de Matemáticas  
Universidad del Valle  
Cali, Colombia*

### Resumen

En este trabajo daremos condiciones para la existencia de puntos de equilibrio y analizaremos su estabilidad en el caso de un sistema biomatemático que describe la coexistencia de tres especies  $x, y, z$ , en donde la población  $z$  depreda las poblaciones  $x$  y  $y$ , la población  $y$  depreda a la población  $x$ , y a su vez la población  $x$  afecta de forma negativa el crecimiento de la población  $y$ . Un ejemplo que ilustra esta coexistencia ocurre cuando interactúan especies como fitoplancton, zooplancton y peces en un habitat. En este caso, el zooplancton es afectado de forma negativa por envenenamiento por el fitoplancton. En el modelo de coexistencia propuesto incluimos además el efecto de las capturas de la especie  $z$  dada por la función de capturas [1]

$$h = uz \quad (1)$$

donde  $u$  representa el esfuerzo de capturas. El sistema de coexistencia con las características expuestas se puede describir mediante las ecuaciones de primer orden,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = G(x) - \frac{\beta xy}{\alpha + x} - \frac{\gamma xz}{\alpha + x} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{\beta_1 xy}{\alpha + x} - \frac{\rho xy}{\alpha + x} - \frac{\gamma_1 yz}{\alpha + x} - dy \\ \frac{dz}{dt} = \frac{Sxz}{\alpha + x} + \frac{S_1 yz}{\alpha + x} - \delta z - uz \end{cases} \quad (2)$$

La dinámica de la población de fitoplancton está regulada por una función  $G \in C^2$  cóncava,  $G(x) > 0$ , con  $G(0) = G(K) = 0$  ( $K$  representa la capacidad de carga de la población de fitoplancton) y consideraremos en este modelo de coexistencia una respuesta funcional Holling tipo II. [2]

Es importante resaltar que la dinámica del sistema de coexistencia con capturas, aún en el caso sencillo en que  $u$  sea una cantidad constante positiva, es muy distinta al caso sin capturas ( $u = 0$ ) en el sentido que la característica de los puntos de equilibrio dependen del tamaño de  $u$ .

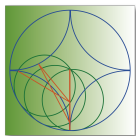
El sistema de coexistencia de tres especies considerado es más general que el modelo estudiado por P. Panja, S. K. Mondal [3] en donde no se considera la extracción de recursos ( $u = 0$ ) y la función  $G$  es la función logística

$$G(x) = r \left( x - \frac{x^2}{K} \right).$$

\*Parcialmente financiado por la Universidad de Chile bajo el proyecto de investigación **UCH-1566** y el posgrado en Ciencias-Matemáticas de la Universidad del Valle (Cali-Colombia), e-mail: [erica.cruz@correounivalle.edu.co](mailto:erica.cruz@correounivalle.edu.co)

## Referencias

- [1] CLARK, COLIN, *Mathematical bioeconomics: optimal management of renewable resources*, John Wiley & Sons, New York, USA (1990).
- [2] HOLLING, CRAWFORD STANLEY, *The functional response of predators to prey density and its role in mimicry and population regulation*. The Memoirs of the Entomological Society of Canada. **97** (S45), Cambridge University Press (1965). 5–60.
- [3] PANJA, PRABIR; MONDAL, SHYAMAL KUMAR, *Stability analysis of coexistence of three species prey–predator model*. Nonlinear Dynamics, **81** (2015). 373–382.



## About populations and variable habitat in size: A delay differential equation.

*Fernando Córdova-Lepe\**  
*Facultad de Ciencias Básicas*  
*Universidad Católica del Maule*  
*Talca, Chile*

### Resumen

We consider a model with variable carrying capacity. At each moment, this capacity decreases at a rate proportional to the population abundance of that moment (habitat destruction), but grows at a rate proportional to its past abundance (delayed habitat construction). A case with logistic growth takes the form:

$$\begin{cases} x'(t) &= r x(t) \left[ 1 - \frac{x(t)}{K(t)} \right] \\ K'(t) &= \gamma x(t - \tau) - \delta x(t) \end{cases},$$

where  $x(\cdot)$  and  $K(\cdot)$  represents respectively population abundance and carrying capacity in time and  $r$  the intrinsic rate of growth. The parameters  $\gamma$  and  $\delta$  represent the contribution per individual to more and less capacity per unit of time. Advances in the analysis of the dynamics of the model will be presented, but also interpreted.

Work done in conjunction with:

**Daniel Sepúlveda** 2 Departamento de Matemática, Universidad Tecnológica Metropolitana, Santiago, Chile.

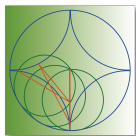
**Rodrigo Del Valle** 3 Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

### Referencias

- [1] MEYER, PERRIN S.; AUSUBEL, JESSE H., *Carrying Capacity: A Model with Logistically Varying Limits*, Technological Forecasting and Social Change **61** (3), (1999). 209-214.
- [2] SMITH, H. *An introduction to delay differential equations with applications to the life sciences*. Texts in Applied Mathematics, Vol. **57**. Springer, New York-Heidelberg, (2011).xi+172 pp.
- [3] YUKALOV, V.I.; YUKALOVA, E.P.; AND SORNETTE, D., *Punctuated evolution due to delayed carrying capacity*, Physica D: Nonlinear Phenomena **238** (17), (2009). 1752-1767.

---

\*e-mail: fcordova@ucm.cl



# Estudio de un modelo de reacción-difusión con aplicaciones a sistemas de enzimas inmovilizadas

*Diego Gajardo\**

*Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile*

## Resumen

En esta charla presentaremos un sistema de reacción-difusión como modelo de la dinámica evolutiva de la concentración de sustrato al interior de una partícula biocatalizadora inmovilizada en un soporte poroso, introducido en ([1]). Dicho sistema lo constituyen la ecuación diferencial parcial  $S_t = D_e \Delta S - \frac{V_{max} S}{K_m + S}$  más una condición de frontera descrita mediante una ecuación diferencial ordinaria. En primer lugar mostraremos que el sistema en cuestión posee una única solución que depende continuamente respecto de los datos. Luego, planteamos un problema inverso de recuperar los parámetros cinéticos  $V_{max}$  y  $K_m$  que aparecen en el modelo a partir de ciertas mediciones experimentales. El conocimiento de estos parámetros permite a los experimentadores obtener información útil para el diseño de biorreactores como lo son la optimización de la productividad y la maximización de la utilidades del proceso. Formulamos este problema inverso como un problema de minimización de un funcional que nos da una noción de distancia entre la medición experimental y la solución del problema directo para cada elección de los parámetros. Finalmente, a fin de usar el método del gradiente para resolver numéricamente el problema, calculamos la derivada del funcional usando el método adjunto ([2]).

Trabajo realizado en conjunto con:

**Alberto Mercado**, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile, e-mail: [alberto.mercado@usm.cl](mailto:alberto.mercado@usm.cl).

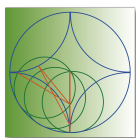
**Pedro Valencia**, Departamento de Ingeniería Química y Ambiental, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile, e-mail: [pedro.valencia@usm.cl](mailto:pedro.valencia@usm.cl).

## Referencias

- [1] VALENCIA, PEDRO; FLORES, SEBASTIAN; WILSON, LORENA; ILLANES, ANDRÉS, *Effect of particle size distribution on the simulation of immobilized enzyme reactor performance*, *Biochemical Engineering Journal* **49**, (2010). 256-263.
- [2] HINZE, MICHAEL; PINNAU, RENE; ULBRICH, MICHAEL; ULBRICH, STEFAN, *Optimization with PDE Constraints*, Springer, (2009).

---

\*Parcialmente financiado por Proyecto Fondecyt 1171712 y Proyecto UTFSM 216.12.2, e-mail: [diego.gajardom@alumnos.usm.cl](mailto:diego.gajardom@alumnos.usm.cl)



# Control óptimo para un proceso de digestión anaerobia: Maximización de biogás

*Pedro Gajardo\**

*Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile*

## Resumen

En esta charla, presentaremos el problema de maximizar la producción de biogás (metano) en un biorreactor de digestión anaerobia, operado de manera continua (quimiostato, [2]). Dicho proceso, se representa por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con cuatro variables de estado (dos poblaciones de microorganismos y dos tipos de sustrato) y un control (tasa de dilución) que interviene de manera lineal, de acuerdo al modelo introducido en [1], donde dos procesos en cascada (acidogénesis y metanogénesis) son representados. El problema se aborda en dos etapas: (i) Encontrar la tasa de dilución que maximice la producción de biogás al equilibrio; (ii) Determinar el control que lleve el sistema al estado de equilibrio óptimo en tiempo mínimo. En la primera etapa, se obtienen resultados poco intuitivos, los cuales numéricamente han sido reportados en la literatura [3], como el hecho de que el equilibrio óptimo no consista en la coexistencia de ambos microorganismos. En la segunda etapa, se hace una reducción a un sistema de dos variables de estado y se aplica el principio del máximo de Pontryagin, junto con técnicas de control geométrico para determinar la estrategia óptima de operación, que mostrará la presencia de turnipikes (llegar lo más rápido posible a un arco singular), anti-turnipikes y cut locus, esto último debido a la no unicidad de soluciones en una región del espacio de estado.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Térence Bayen**<sup>1</sup>, Université de Montpellier, Montpellier, Francia

**Olivier Cots**<sup>2</sup>, Université de Toulouse & CNRS, Toulouse, Francia.

## Referencias

- [1] BERNARD, O., HADJ-SADOK, Z., DOCHAIN, D., GENOVESI, A., AND STEYER, J.-P. Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process. *Biotechnology and bioengineering* 75, 4 (2001), 424–438.
- [2] SMITH, H. L., AND WALTMAN, P. *The theory of the chemostat*, vol. 13 of *Cambridge Studies in Mathematical Biology*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995. Dynamics of microbial competition.
- [3] WEEDERMANN, M., WOLKOWICZ, G. S., AND SASARA, J. Optimal biogas production in a model for anaerobic digestion. *Nonlinear Dynamics* 81, 3 (2015), 1097–1112.

\*Parcialmente financiado por FONDECYT N 1160567, e-mail: pedro.gajardo@usm.cl

<sup>1</sup>e-mail: tbayen@math.univ-montp2.fr

<sup>2</sup>e-mail: olivier.cots@enseeiht.fr



# Una condición necesaria para el problema de control de un sistema ecológico mediante el formalismo de Dubovitskii–Milyutin

**Fernando Huanca**\*

*GMA, Departamento de Ciencias Básicas,*

*Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío,*

*Campus Fernando May, Chillán, y Departamento de Matemáticas, UTA, Arica-Chile.*

## Resumen

En este trabajo obtenemos las condiciones, bajo las cuáles el modelo propuesto en [1], admite una condición necesaria óptima, para lo cual estudiamos el problema de control para este sistema ecológico, conformado por una especie de plaga, un depredador y una planta, donde sus densidades en el tiempo  $t$  y la posición  $x \in \Omega \subset \mathbb{R}^d, d \leq 3$  son denotadas por  $y_1(x, t), y_2(x, t), y_3(x, t)$ , respectivamente y cuya dinámica queda descrita mediante el siguiente sistema de reacción–difusión

$$\left. \begin{aligned} \partial_t y_1 - \alpha_1 \Delta y_1 &= y_1(a_1 - b_1 y_2 + c_1 y_3 - u) & , & (t, x) \in Q \\ \partial_t y_2 - \alpha_2 \Delta y_2 &= y_2(-a_2 + b_2 y_1) & , & (t, x) \in Q \\ \partial_t y_3 &= y_3(a_3 - b_3 y_1) & , & (t, x) \in Q \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

con condiciones de frontera homogéneas de Neumann

$$\frac{\partial y_1}{\partial \nu} = \frac{\partial y_2}{\partial \nu} = 0, \quad (t, x) \in \Sigma = (0, T) \times \partial\Omega, \quad (2)$$

y con condiciones iniciales

$$y_i(0, x) = y_i^0(x) > 0, \quad x \in \Omega, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

donde  $Q = (0, T) \times \Omega$

## 1. Resultados principales

Los principales resultados del trabajo son la existencia de una solución global óptima y las condiciones necesarias para la optimalidad local, mediante la aplicación del formalismo Dubovitskii–Milyutin.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Anibal Coronel**<sup>1</sup>, GMA, Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío, Campus Fernando May, Chillán, Chile,

**Luis Friz** GMA Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío, Campus Fernando May, Chillán, Chile, e-mail: [lfriz@ubiobio.cl](mailto:lfriz@ubiobio.cl),

**Marko Rojas-Medar** Instituto de Alta Investigación Matemática, Universidad de Tarapacá de Arica, Arica, Chile, e-mail: [marko.medar@gmail.com](mailto:marko.medar@gmail.com).

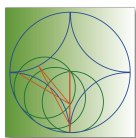
\*Parcialmente financiado por el Proyecto GI 153209/C, Universidad del Bío-Bío, Chile, e-mail: [fihuanca@gmail.com](mailto:fihuanca@gmail.com)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por el Proyecto GI 153209/C (Universidad del Bío-Bío, Chile), e-mail: [acoronel@ubiobio.cl](mailto:acoronel@ubiobio.cl)

## Referencias

- [1] N. C. APREUTESEI, *An optimal control problem for pest, predator, and plant system*, Nonlinear Analysis: Real World Applications **13**, (2012), 1391-1400.
- [2] V. ANAYA, M. BENDAHMANE, M. LANGLIS, AND M. SEPÚLVEDA, *A convergent finite volume for a model of indirectly transmitted diseases with nonlocal cross-diffusion*, Computers and Mathematics with Applications **70(2)**, (2015), 132-157.
- [3] M. BENDAHMANE, *Analysis of a reaction-diffusion system modeling predator-prey with prey-taxis*, Networks and Heterogeneous Media **3(4)**, (2008), 863-879.
- [4] W. E. FITZGIBBON, M. LANGLAIS, J. J. MORGAN, *A mathematical model for indirectly transmitted diseases*, Math. Biosci. **206(2)**, (2007), 233-248.
- [5] I.V. GIRSANOV, *Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol.67. Springer-Verlag, Berlin-New York, 1972.
- [6] X. HUILI, L. BIN, *Solving the inverse problem of an SIS epidemic reaction-diffusion model by optimal control methods*, Computers and Mathematics with Applications **70**, (2015), 805-819.





# Optimal control in a chemostat with variable input substrate rate

*Alejandro Rojas-Palma\**

*Departamento de Matemática, Física y Estadística  
Universidad Católica del Maule  
Talca, Chile.*

## Resumen

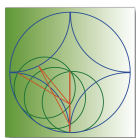
In this work a system of Monod type is proposed and analyzed which models the dynamics in a chemostat between a microorganism and a substrate from which it feeds. The classical chemostat model considers a constant input substrate, however, some authors have also considered it as a control variable as well as the dilution rate. In this paper we will consider the classical chemostat model, modified by considering the input substrate rate as a generic function dependent on the substrate. The main goal is to study the problem of maximizing productivity through optimal control techniques and determine if there are significant improvements under these assumptions.

## Referencias

- [1] BASTIN, G. AND DOCHAIN, D., *On-line estimation and adaptive control of bioreactors*. Elsevier, Amsterdam; 1990.
- [2] MAIRET, F., RAMÍREZ, H. AND ROJAS-PALMA. A., *Modeling and stability analysis of a microalgal pond with nitrification*. Applied Mathematical Modelling **51** (2017), 448–468.
- [3] MONOD, J., *La technique de la culture continue: Theorie et applications*. Annales de l'Institut Pasteur **79** (1950), 390–410.
- [4] PONTRYAGIN L.S., BOLTYANSKY V.G., GAMKRELIDZE, R.V. AND MISHCHENKO E.F., *Mathematical Theory of Optimal Processes*. Wiley-Interscience, New York; 1962.
- [5] SMITH, H. L., AND WALTMAN, P. *The Theory of the Chemostat*. Cambridge University Press, (1995). Cambridge Books Online.

---

\*e-mail: amrojas@ucm.cl



# Patterns formation in a predator-prey system with quadratic mortality in habitat complexity

*Luis-Miguel Villada\**  
*Department of Mathematics*  
*University of Bío-Bío*  
*Concepción, Chile.*

## Resumen

The study of spatial pattern formation through diffusion-driven instability of reaction-diffusion models of interacting species is one of the fundamental problems in mathematical ecology. In this talk, we present the effects of the spatial diffusion in the pattern formation of a predator-prey system with habitat complexity [1] and quadratic mortality rate [2]. The essential conditions for Hopf-Turing bifurcations are derived on the spatial domain. The parameters space for Turing spatial structure is established. Based on the bifurcation analysis, the spatial patterns formation in Turing space through numerical simulation is carried out in order to study the evolution procedure of the proposed model system in the vicinity of the coexistence equilibrium point.

Joint work with:

**Dante Carrasco**<sup>1</sup>, Department of Mathematics, University of Bío-Bío. Concepción, Chile.  
**Veronica Anaya**<sup>2</sup>, Department of Mathematics, University of Bío-Bío. Concepción, Chile.  
**Gladis Torres**<sup>3</sup>, University of Bío-Bío. Concepción, Chile.

## Referencias

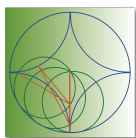
- [1] G. Santu and S. Poria. *Turing patterns induced by cross-diffusion in a predator-prey systems in presence of habitat complexity*. *Chaos, Solitons and Fractals*, **91** (2016), 421–429.
- [2] G. Santu, and S. Poria. *Emergent impacts of quadratic mortality on pattern formation in a predator-prey system*. *Nonlinear Dynamics* 87, no. 4 (2017): 2715–2734.
- [3] V. Anaya, D. Carrasco, G. Torres and L-M. Villada. *Patterns formation in a predator-prey system with quadratic mortality in habitat complexit*. In progress.
- [4] JD Murray. *Mathematical biology*. Springer, Berlin.

\*Partially supported by FONDECYT project 1181511, e-mail: lvillada@ubiobio.cl

<sup>1</sup>Partially supported by FONDECYT project 1181061, e-mail: dcarrasc@ubiobio.cl

<sup>2</sup>Partially supported by FONDECYT project 11160706 e-mail: vanaya@ubiobio.cl

<sup>3</sup>e-mail: gtorres@ubiobio.cl



# Modelo que predice un umbral fisiológico para la extinción de la rana fósil viviente *Calyptocephalella gayi*

*Francisco Novoa Muñoz\**  
*Departamento de Estadística*  
*Universidad del Bío-Bío*  
*Concepción, Chile*

## Resumen

El cambio climático global tendrá un mayor impacto en ectotermos de las comunidades tropicales y subtropicales que en las latitudes más altas, porque las temperaturas ambiente están más cerca de los límites térmicos superiores de las especies. Las especies de anfibios son altamente dependientes de las condiciones climáticas externas, y el efecto del calentamiento global sobre estos ha sido evaluado recientemente. La Gran rana chilena (*Calyptocephalella gayi*) es una especie endémica, monotípica y género cuyo estado de conservación se considera Vulnerable debido a la alta presión de extracción para el consumo humano, la falta de medidas regulatorias y la comprensión por parte de sus consumidores. Sus poblaciones también han disminuido debido a la pérdida y destrucción de sus hábitats. *C. gayi* no se ha considerado como un objeto de estudio fisiológico, por lo que esta especie grande no se conoce como una que se puede adaptar a los cambios ambientales actuales. En este estudio analizamos la capacidad termorreguladora y la eficiencia térmica de *C. gayi* para determinar su potencial para la adaptación climática.

Los resultados indican que esta especie es estrictamente un conformador térmico; su eficiencia térmica y su capacidad para soportar altas temperaturas le permiten mantenerse bajo un escenario de cambio climático, sin embargo, tiene restricciones térmicas que no le permiten soportar temperaturas superiores a 30°C. Al modelar matemáticamente sus condiciones ontogenéticas, proyectamos que las larvas no están en peligro, aunque hay un grupo de alrededor del % que está muy cerca de los 30°C, que es la temperatura más alta registrada para la especie. Sin embargo, alrededor del 40% de los subadultos y aproximadamente el 47% de las ranas adultas no sobrevivirán al cambio de aproximadamente 7°C proyectado para los siguientes 85 años, lo que afectará a las generaciones futuras.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Marcela A. Vidal**<sup>1</sup>, Depto. de Ciencias Básicas, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

## Referencias

- [1] DEUTSCH, C.A., TEWKSBURY, J.J., HUEY, R.B., SHELDON, K.S., GHALAMBOR, C.K., HAAK, D.C., MARTIN, P.R., *Impacts of climate warming on terrestrial ectotherms across latitude*, Proc. Nat. Acad. Sci. USA **105**, (2008). 66686672

\*Parcialmente financiado por Grupo de Matemática Aplicada GI 172409/C de la Universidad del Bío-Bío, e-mail: fnovoa@ubiobio.cl

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Proyecto Conicyt 79090026, e-mail: mavidal@ubiobio.cl

- [2] IPCC, 2014, *Cambio climático 2014: Impactos, adaptación y vulnerabilidad Resumen para responsables de políticas. Contribución del Grupo de trabajo II al Quinto Informe de Evaluación del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático* [Field, C.B., V.R. Barros, D.J. Dokken, K.J. Mach, M.D. Mastrandrea, T.E. Bilir, M. Chatterjee, K.L. Ebi, Y.O. Estrada, R.C. Genova, B. Girma, E.S. Kissel, A.N. Levy, S. MacCracken, P.R. Mastrandrea y L.L. White (eds.)]. Organización Meteorológica Mundial, Ginebra, Suiza, 34 págs. (en árabe, chino, español, francés, inglés y ruso).
- [3] SINCLAIR, B.J., MARSHALL, K.E., SEWELL, M.A., LEVESQUE, D.L., WILLETT, C.S., SLOTSBO, S., DONG, Y., HARLEY, C.D.G., MARSHALL, D.J., HELMUTH, B.S., HUEY, R.B., *Can we predict ectotherm responses to climate change using thermal performance curves and body temperatures?*, Ecology Letters **19**, (2016). 13721385



# Birth and death population networks and their diffusion approximation

*Rolando Rebolledo Berroeta\**  
CIMFAV  
Facultad de Ingeniería  
Universidad de Valparaíso

## Resumen

The great diversity of relations existing in living entities represents an interesting mathematical challenge, to which different well-established theories look forward to providing suitable models. Population networks are among the most popular approaches and models, for instance, in Ecology. Nevertheless, most of these applications, are built up based on systems of ordinary differential equations, the paradigm of a closed system dynamics. So that, to mimic at least partially, a more complex behavior, a number of researchers prefer to use birth and death stochastic processes to model the dynamics of a given population.

That kind of models allows, in effect, to start thinking the system of living entities in a richer relation with the environment, that the set of deterministic equations is unable to reflect. That is, the stochastic approach is consistent with an open system view on population dynamics.

However, like in the analysis of the evolution of a set of species in terms of the Neutral Theory of Biodiversity, it is important to deal with different time and space scales to obtain a biomass behavioral pattern, independent of specific times and places.

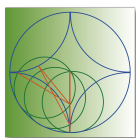
The conference will report a method seeking for adequate rescaling in a multidimensional birth and death population network providing a limit consisting of diffusion processes on a graph. This method allows to integrate population genetics and community ecology, in particular (see [2]).

## Referencias

- [1] R. Rebolledo: *La méthode des martingales appliquée à l'étude de la convergence en loi de processus*. Mémoires de la Société Mathématique de France, 62 (1979), pp. 1-129.
- [2] P.A. Marquet, G. Espinoza, S.R. Abades, A. Ganz and Rolando Rebolledo: On the proportional abundance of species: Integrating population genetics and community ecology. *Nature-Scientific Reports*, 2017, 7:16815, DOI:10.1038/s41598-017-17070-1

---

\*e-mail: [rolando.rebolledo@uv.cl](mailto:rolando.rebolledo@uv.cl)



# Optimal control in a chemostat with variable input substrate rate

*Alejandro Rojas-Palma\**

*Departamento de Matemática, Física y Estadística  
Universidad Católica del Maule  
Talca, Chile.*

## Resumen

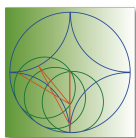
In this work a system of Monod type is proposed and analyzed which models the dynamics in a chemostat between a microorganism and a substrate from which it feeds. The classical chemostat model considers a constant input substrate, however, some authors have also considered it as a control variable as well as the dilution rate. In this paper we will consider the classical chemostat model, modified by considering the input substrate rate as a generic function dependent on the substrate. The main goal is to study the problem of maximizing productivity through optimal control techniques and determine if there are significant improvements under these assumptions.

## Referencias

- [1] BASTIN, G. AND DOCHAIN, D., *On-line estimation and adaptive control of bioreactors*. Elsevier, Amsterdam; 1990.
- [2] MAIRET, F., RAMÍREZ, H. AND ROJAS-PALMA. A., *Modeling and stability analysis of a microalgal pond with nitrification*. Applied Mathematical Modelling **51** (2017), 448–468.
- [3] MONOD, J., *La technique de la culture continue: Theorie et applications*. Annales de l'Institut Pasteur **79** (1950), 390–410.
- [4] PONTRYAGIN L.S., BOLTYANSKY V.G., GAMKRELIDZE, R.V. AND MISHCHENKO E.F., *Mathematical Theory of Optimal Processes*. Wiley-Interscience, New York; 1962.
- [5] SMITH, H. L., AND WALTMAN, P. *The Theory of the Chemostat*. Cambridge University Press, (1995). Cambridge Books Online.

---

\*e-mail: amrojas@ucm.cl



# Impulsive partial differential equation modeling single species dynamics

*Karina Vilches\**

*Departamento de Matemática, Física y Estadística  
Universidad Católica del Maule  
Talca, Chile*

## Resumen

The populations of living organisms present individuals and collective behaviors, for instances process of reproduction and migration. The individual growth and collective movements have been largely studied in mathematical biology, using reaction-diffusion or cross-diffusion equations to model the population dynamics assuming that those process occur in the same time-scale. At this point, we observe that those processes can occur in different time-scales depending on the particularities of each population modeled, for instance see [2]. The impulsive parabolic equations were introduced to model the diffusion type collective movements and growth in some population considering different time-scale, see [1, 3, 4]. We are interested in to study the impulsive differential equations, due to that kind of hybrid object can provide a tool to represent the time-scale differences between phenomenon that take place in population dynamics. The main objective of this presentation is to review some impulsive parabolic equations representing diffusive movements and growth in a single species population and to formulate analogue models representing another kind of movements and growth.

Joint work with:

**F. Córdova-Lepe**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

## Referencias

- [1] BAINOV, D., & MINCHEV, E. *Oscillation of the solutions of impulsive parabolic equations*. Journal of computational and applied mathematics, **69(2)**, (1996), 207-214.
- [2] CORDOVA-LEPE, F., DEL VALLE, R., & ROBLEDO, G. *A pulse fishery model with closures as function of the catch: Conditions for sustainability*. Mathematical biosciences, **239(1)**, (2012), 169-177.
- [3] ERBE, L. H., FREEDMAN, H. I., LIU, X. Z., & WU, J. H. *Comparison principles for impulsive parabolic equations with applications to models of single species growth*. The ANZIAM Journal, **32(4)**, (1991), 382-400.
- [4] LIU, X., & ZHANG, S. *A cell population model described by impulsive PDEs-existence and numerical approximation*. Computers & Mathematics with Applications, **36(8)**, (1998), 1-11.

---

\*Founded by CONICYT PAI-ACADEMIA 79150021 2016-2018 , e-mail: kvilches@ucm.cl

<sup>1</sup>fcordova@ucm.cl