

# XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile

---



## ACTAS

# Índice

|                                                                                                               |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. PLENARIAS</b>                                                                                           | <b>14</b> |
| Comparing localizations of rings                                                                              | 15        |
| <i>Lidia Angeleri Hügel</i>                                                                                   |           |
| La resolución de problemas, una actividad central en la matemática                                            | 16        |
| <i>Patricio Felmer</i>                                                                                        |           |
| Convection-diffusion-reaction and transport-flow models of sedimentation: some recent advances                | 17        |
| <i>Raimund Bürger</i>                                                                                         |           |
| Geometry at the Frontier                                                                                      | 18        |
| <i>Rubí E. Rodríguez</i>                                                                                      |           |
| Curvas de Shimura y la conjetura abc                                                                          | 19        |
| <i>Héctor Pastén</i>                                                                                          |           |
| La matemática de una pelota de fútbol                                                                         | 20        |
| <i>Andrés Navas</i>                                                                                           |           |
| <b>2. CURSILLOS</b>                                                                                           | <b>21</b> |
| Breve introducción a las ecuaciones dispersivas                                                               | 22        |
| <i>Claudio Muñoz</i>                                                                                          |           |
| Un modelo teórico inclusivo en Educación matemática y su vínculo con la formación de profesores de Matemática | 23        |
| <i>Luis Pino-Fan</i>                                                                                          |           |
| Una introducción al Álgebra Homológica a través de Ext                                                        | 24        |
| <i>Daniel Bravo, Sinem Odabasi y Carlos Parra</i>                                                             |           |
| Paseos aleatorios en el plano hiperbólico                                                                     | 25        |
| <i>Jairo Bochi</i>                                                                                            |           |
| <b>3. SESIONES</b>                                                                                            | <b>26</b> |
| 3.1. Álgebra . . . . .                                                                                        | 27        |
| Cómo conjugar subgrupos parabólicos en grupos de Artin-Tits                                                   | 28        |
| <i>Matthieu Calvez</i>                                                                                        |           |
| Una framización para el álgebra de Temperley–Lieb de tipo B                                                   | 29        |
| <i>Marcelo Flores Henríquez</i>                                                                               |           |
| On commutative non Power-Associative algebras                                                                 | 31        |
| <i>Alicia Labra</i>                                                                                           |           |
| Cambios de característica en álgebras de Hecke y representaciones unitarias de grupos p-ádicos                | 32        |
| <i>Luis Lomelí</i>                                                                                            |           |

|                                                                                                                                   |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Recollements of Grothendieck categories</b>                                                                                    | <b>33</b> |
| <i>Carlos Parra</i>                                                                                                               |           |
| <b>Teoría de representaciones modular via álgebras de blob</b>                                                                    | <b>34</b> |
| <i>David Plaza</i>                                                                                                                |           |
| <b>Un resultado sobre los grupos de Artin de ángulo recto</b>                                                                     | <b>35</b> |
| <i>Paolo Sentinelli</i>                                                                                                           |           |
| <b>Representaciones de grupos reductivos sobre anillos locales de largo dos</b>                                                   | <b>36</b> |
| <i>Andrea Vera-Gajardo</i>                                                                                                        |           |
| 3.2. Análisis Funcional, Teoría de Operadores y Ecuaciones de Evolución . . . . .                                                 | 37        |
| <b>Spectral Properties of Rank one Perturbations of Unitary operators.</b>                                                        | <b>38</b> |
| <i>María A. Astaburuaga</i>                                                                                                       |           |
| <b>Funciones zeta locales de Igusa y operadores pseudo-diferenciales sobre campos <math>p</math>-ádicos</b>                       | <b>39</b> |
| <i>Víctor Burgos Guerrero</i>                                                                                                     |           |
| <b>Difference Equations of type Volterra: A Qualitative Study</b>                                                                 | <b>41</b> |
| <i>Mario Choquehuancae</i>                                                                                                        |           |
| <b>Linear Response Theory: An Analytic-Algebraic Approach</b>                                                                     | <b>42</b> |
| <i>Giuseppe De Nittis</i>                                                                                                         |           |
| <b>A class of Weierstrass-Enneper lifts of harmonic mappings</b>                                                                  | <b>43</b> |
| <i>Iason Efraimidis</i>                                                                                                           |           |
| <b>Systems of Schrodinger equations</b>                                                                                           | <b>44</b> |
| <i>Claudio Fernáandez</i>                                                                                                         |           |
| <b>Lebesgue regularity for nonlocal time-discrete equations with delays</b>                                                       | <b>45</b> |
| <i>Claudio Leal</i>                                                                                                               |           |
| <b>Resonancias en guías de ondas torcidas</b>                                                                                     | <b>46</b> |
| <i>Pablo Miranda</i>                                                                                                              |           |
| <b>Radial Solutions for a Class of Non-Local Equations</b>                                                                        | <b>47</b> |
| <i>Humberto Prado</i>                                                                                                             |           |
| <b>The generalised quantum Harmonic oscillator and its decoherence-free sub-algebra</b>                                           | <b>48</b> |
| <i>Christian Sadel</i>                                                                                                            |           |
| <b>One-channel operators and a radial transfer matrix approach to spectral theory</b>                                             | <b>49</b> |
| <i>Christian Sadel</i>                                                                                                            |           |
| <b>Asymptotic formulae for solutions of impulsive differential equations with piecewise constant argument of generalized type</b> | <b>50</b> |
| <i>Ricardo Torres Naranjo</i>                                                                                                     |           |
| 3.3. Análisis Numérico . . . . .                                                                                                  | 52        |
| <b>A posteriori error estimates for the Stokes problem with singular sources</b>                                                  | <b>53</b> |
| <i>Alejandro Allendes</i>                                                                                                         |           |

|                                                                                                                      |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Mathematical and numerical analysis for advection-reaction-diffusion-Brinkman systems</b>                         | <b>54</b> |
| <i>Verónica Anaya D.</i>                                                                                             |           |
| <b>Finite element analysis of a stabilised nonconforming scheme applied to Lamé equations</b>                        | <b>55</b> |
| <i>Tomás P. Barrios</i>                                                                                              |           |
| <b>An a priori error analysis for discontinuous Lagrangian finite element method for Stokes problem</b>              | <b>56</b> |
| <i>Rommel Bustinza</i>                                                                                               |           |
| <b>A dPG framework for strongly monotone operators</b>                                                               | <b>57</b> |
| <i>Pierre Cantin</i>                                                                                                 |           |
| <b>Hybridizable Discontinuous Galerkin method for linear elasticity in curved domains</b>                            | <b>58</b> |
| <i>Juan Manuel Cárdenas Cárdenas</i>                                                                                 |           |
| <b>On a mixed method for buoyancy driven double diffusive convection</b>                                             | <b>59</b> |
| <i>Eligio Colmenares</i>                                                                                             |           |
| <b>A Least-Squares Method for the Obstacle Problem</b>                                                               | <b>60</b> |
| <i>Thomas Führer</i>                                                                                                 |           |
| <b>Adaptive finite element methods for sparse optimal control problems</b>                                           | <b>61</b> |
| <i>Francisco Fuica</i>                                                                                               |           |
| <b>Análisis de un método de elementos finitos mixtos conservativo para el problema de Navier-Stokes estacionario</b> | <b>62</b> |
| <i>Carlos Garcia Vera</i>                                                                                            |           |
| <b>Some remarks about ultraweak formulations of the Kirchhoff–Love plate bending problem</b>                         | <b>64</b> |
| <i>Norbert Heuer</i>                                                                                                 |           |
| <b>Polynomial approximation of high-dimensional Hamilton-Jacobi-Bellman equations</b>                                | <b>65</b> |
| <i>Dante Kalise</i>                                                                                                  |           |
| <b>Modelling flotation columns through a conservation law with multiply discontinuous flux</b>                       | <b>66</b> |
| <i>MCarmen Martí Raga</i>                                                                                            |           |
| <b>Esquema numérico de segundo orden para Leyes de Conservación con flujo restringido</b>                            | <b>67</b> |
| <i>Yessennia Martínez</i>                                                                                            |           |
| <b>Virtual Elements for a Shear-Deflection Formulation of Reissner-Mindlin Plates</b>                                | <b>68</b> |
| <i>David Mora</i>                                                                                                    |           |
| <b>A stabilised finite element method for the convection–diffusion–reaction equation in mixed form</b>               | <b>69</b> |
| <i>Abner H. Poza</i>                                                                                                 |           |

|                                                                                                                                   |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Estimaciones de error a posteriori para un problema de control óptimo de la ecuación de Stokes</b>                             | <b>70</b> |
| <i>Daniel Quero</i>                                                                                                               |           |
| <b>A priori and a posteriori error estimates for a virtual element spectral analysis for the elasticity equations</b>             | <b>72</b> |
| <i>Gonzalo Rivera</i>                                                                                                             |           |
| <b>Numerical methods for a High order Nonlinear Schrödinger Equation modelling Fiber Optics</b>                                   | <b>74</b> |
| <i>Mauricio Sepúlveda</i>                                                                                                         |           |
| <b>Dispersion analysis of HDG methods</b>                                                                                         | <b>75</b> |
| <i>Felipe Vargas Martínez</i>                                                                                                     |           |
| <b>A <i>posteriori</i> error analysis of an HDG method for the Oseen problem</b>                                                  | <b>76</b> |
| <i>Patrick Vega</i>                                                                                                               |           |
| <b>A Virtual Element Method for Thin Plates</b>                                                                                   | <b>77</b> |
| <i>Iván Velásquez</i>                                                                                                             |           |
| <b>Discretization of a linear viscoelastic Timoshenko beam using reduced integration techniques</b>                               | <b>78</b> |
| <i>Jesus Vellojin</i>                                                                                                             |           |
| <b>Reconstrucciones WENO de orden incondicionalmente alto e indicadores de suavidad eficientes</b>                                | <b>80</b> |
| <i>David Zorío Ventura</i>                                                                                                        |           |
| 3.4. BioMatemática . . . . .                                                                                                      | 82        |
| <b>Análisis de Estabilidad para un Sistema Biológico de Coexistencia de Tres Especie con Capturas</b>                             | <b>83</b> |
| <i>Erica Cruz Rivera</i>                                                                                                          |           |
| <b>About populations and variable habitat in size:A delay differential equation</b>                                               | <b>85</b> |
| <i>Fernando Córdova-Lepe</i>                                                                                                      |           |
| <b>Estudio de un modelo de reacción-difusión con aplicaciones a sistemas de enzimas inmovilizadas</b>                             | <b>86</b> |
| <i>Diego Gajardo</i>                                                                                                              |           |
| <b>Efectos de comportamientos sociales en modelos depredador-presa de tipo Gause</b>                                              | <b>87</b> |
| <i>Pedro Gajardo</i>                                                                                                              |           |
| <b>Una condición necesaria para el problema de control de un sistema ecológico mediante el formalismo de Dubovitskii–Milyutin</b> | <b>88</b> |
| <i>Fernando Huancas</i>                                                                                                           |           |
| <b>Optimal control in a chemostat with variable input substrate rate</b>                                                          | <b>90</b> |
| <i>Alejandro Rojas-Palma</i>                                                                                                      |           |

|                                                                                                                           |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Patterns formation in a predator-prey system with quadratic mortality in habitat complexity</b>                        | <b>91</b>  |
| <i>Luis-Miguel Villada</i>                                                                                                |            |
| <b>Modelo que predice un umbral fisiológico para la extinción de la rana fósil viviente Calyptocephalella gayi</b>        | <b>92</b>  |
| <i>Francisco Novoa Muñoz</i>                                                                                              |            |
| <b>Birth and death population networks and their diffusion approximation</b>                                              | <b>94</b>  |
| <i>Rolando Rebolledo Berroeta</i>                                                                                         |            |
| <b>Optimal control in a chemostat with variable input substrate rate</b>                                                  | <b>95</b>  |
| <i>Alejandro Rojas-Palma</i>                                                                                              |            |
| <b>Impulsive partial differential equation modeling single species dynamics</b>                                           | <b>96</b>  |
| <i>Karina Vilches</i>                                                                                                     |            |
| 3.1. Educación . . . . .                                                                                                  | 97         |
| <b>Modelación Matemática en la Formación Inicial de Profesores</b>                                                        | <b>98</b>  |
| <i>María Aravena Díaz</i>                                                                                                 |            |
| <b>Estudio de Caso y Modelación Matemática en la Formación de Ingenieros</b>                                              | <b>100</b> |
| <i>María Aravena Díaz</i>                                                                                                 |            |
| <b>Fomentando Aprendizajes Matemáticos y Habilidades Genéricas–Comunicacionales a Través de Tutorías Activas</b>          | <b>102</b> |
| <i>Felipe J. Almuna Salgado</i>                                                                                           |            |
| <b>Configuraciones Ontosemiótica de la Noción de Límite</b>                                                               | <b>104</b> |
| <i>Daniela Araya B.</i>                                                                                                   |            |
| <b>Actividad de Modelización Enmarcada en el Ciclo de Kolb para el Contenido de Función Cuadrática en Enseñanza Media</b> | <b>105</b> |
| <i>Esteban Aros Sánchez</i>                                                                                               |            |
| <b>Un Aporte de la Etnomatemática a la Enseñanza de una Álgebra Contextualizada</b>                                       | <b>107</b> |
| <i>Stefan Berres</i>                                                                                                      |            |
| <b>Determinando el Nivel de Razonamiento Geométrico de Estudiantes en Base al Modelo de Van Hiele</b>                     | <b>108</b> |
| <i>Sofía Carrasco</i>                                                                                                     |            |
| <b>Una Propuesta para el Desarrollo del Pensamiento Matemático en Niños con Dificultades de Aprendizaje</b>               | <b>110</b> |
| <i>Ximena Colipán</i>                                                                                                     |            |
| <b>Conocimiento Didáctico del Contenido: El Caso de un Profesor de Matemáticas Universitario</b>                          | <b>112</b> |
| <i>Rosa Delgado-Rebolledo</i>                                                                                             |            |
| <b>Evaluando Desempeños a Través del Video en Alumnos de Pedagogía</b>                                                    | <b>114</b> |
| <i>Ciro González Mallo</i>                                                                                                |            |

|                                                                                                                                                                                                             |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Sobre una Caracterización de los Problemas Planteados en la Versión XIV del CMAT en Magallanes</b>                                                                                                       | <b>115</b> |
| <i>Richard Lagos</i>                                                                                                                                                                                        |            |
| <b>Una Aproximación a la Metodología de Estudio de Clases Japonés en la Implementación del Nuevo Currículum de Asignaturas Matemáticas en la Universidad Tecnológica de Chile INACAP</b>                    | <b>117</b> |
| <i>Germán Osses Romano</i>                                                                                                                                                                                  |            |
| <b>Diseño de un Cuestionario para Evaluar el Conocimiento Didáctico-Matemático para Enseñar Matemáticas Elementales</b>                                                                                     | <b>119</b> |
| <i>Nataly Pincheira</i>                                                                                                                                                                                     |            |
| <b>Sentido Numérico para el Sistema Complejo Desde el Contexto Eléctrico</b>                                                                                                                                | <b>121</b> |
| <i>Fabián Quiroga Merino</i>                                                                                                                                                                                |            |
| <b>Análisis de las Fuentes de Autoeficacia en Cursos Donde se Realizan Actividades de Resolución de Problemas</b>                                                                                           | <b>123</b> |
| <i>Cristián Reyes</i>                                                                                                                                                                                       |            |
| <b>Idoneidad Didáctica de Programas Formativos sobre Didáctica de la Estadística</b>                                                                                                                        | <b>125</b> |
| <i>Felipe Ruz</i>                                                                                                                                                                                           |            |
| <b>Students' Perception Toward Mathematics Problem Solving</b>                                                                                                                                              | <b>127</b> |
| <i>Carmen Gloria Espinoza</i>                                                                                                                                                                               |            |
| <b>Experiencias de Aprendizaje y Recorridos en Disciplinas STEM: Historias de Vida sobre el Acceso a la Educación Superior de Estudiantes Mapuche de Pre y Postgrado en la Universidad Austral de Chile</b> | <b>129</b> |
| <i>Marta Silva Fernández</i>                                                                                                                                                                                |            |
| <b>Caracterización de las Interacciones en Clases de Matemática en Instituciones de Acceso Abierto</b>                                                                                                      | <b>130</b> |
| <i>Valentina Toro Vidal</i>                                                                                                                                                                                 |            |
| <b>Caracterización de un Modelo para Fomentar la Alfabetización Probabilística en Educación Primaria</b>                                                                                                    | <b>132</b> |
| <i>Claudia Vásquez</i>                                                                                                                                                                                      |            |
| <b>La 'Flipped Classroom' (o aula invertida) en Cursos de Matemática en Educación Superior: El Caso de Álgebra y Cálculo I</b>                                                                              | <b>134</b> |
| <i>Carmen Soledad Yañez Arriagada</i>                                                                                                                                                                       |            |
| 3.1. Física Matemática . . . . .                                                                                                                                                                            | 136        |
| <b>Propagation of foam-liquid fronts in improved oil recovery</b>                                                                                                                                           | <b>137</b> |
| <i>Stefan Berres</i>                                                                                                                                                                                        |            |
| <b>Integrability in the Skyrme model in <math>(3+1)</math> dimensions from the Einstein-Skyrme system</b>                                                                                                   | <b>138</b> |
| <i>Fabrizio Canfora</i>                                                                                                                                                                                     |            |

|                                                                                                                                                                                                           |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>The non-commutative topology of dirty superconductors: the “case study” of the Spin Hall effect</b>                                                                                                    | <b>139</b> |
| <i>Giuseppe De Nittis</i>                                                                                                                                                                                 |            |
| <b>Relación entre las reglas de Pieri de los polinomios de Jack en el superespacio y el modelo de 6-vértices</b>                                                                                          | <b>140</b> |
| <i>Jessica Gatica</i>                                                                                                                                                                                     |            |
| <b>Técnica de integración multivariable originada en los diagramas de Feynman</b>                                                                                                                         | <b>141</b> |
| <i>Iván P. González G.</i>                                                                                                                                                                                |            |
| <b>Analytical solution to DGLAP integro-differential equation</b>                                                                                                                                         | <b>142</b> |
| <i>Igor Kondrashuk</i>                                                                                                                                                                                    |            |
| <b>From Desgaperis-Procesi peakons to Hermite-Padé approximants and beyond...</b>                                                                                                                         | <b>143</b> |
| <i>Sergio Medina Peralta</i>                                                                                                                                                                              |            |
| <b><math>A_\infty</math>-álgebras y Teoría de Hodge Generalizada: una aplicación de los Teoremas de Zhou y Merkulov sobre la existencia de estructuras <math>A_\infty</math> en Geometría Riemanniana</b> | <b>144</b> |
| <i>María José Moreno Silva</i>                                                                                                                                                                            |            |
| <b>Stability of Sine-Gordon 2-solitons in the energy space</b>                                                                                                                                            | <b>145</b> |
| <i>José Manuel Palacios</i>                                                                                                                                                                               |            |
| <b>Nonlinear fractional Schrödinger equation with a Hartree type of nonlinearity</b>                                                                                                                      | <b>146</b> |
| <i>José Ramírez M.</i>                                                                                                                                                                                    |            |
| <b>Simetrías no-locales e integrabilidad</b>                                                                                                                                                              | <b>147</b> |
| <i>Enrique G. Reyes</i>                                                                                                                                                                                   |            |
| <b>Asymptotic dynamics for certain 2-D magnetic quantum systems</b>                                                                                                                                       | <b>148</b> |
| <i>Edgardo Stockmeyer</i>                                                                                                                                                                                 |            |
| <b>On the current-current correlation measure for random Schrödinger operators</b>                                                                                                                        | <b>149</b> |
| <i>Amal Taarabt</i>                                                                                                                                                                                       |            |
| <b>Quantum time delay for unitary propagators</b>                                                                                                                                                         | <b>150</b> |
| <i>Rafael Tiedra de Aldecoa</i>                                                                                                                                                                           |            |
| <b><math>SO</math>-flat manifolds</b>                                                                                                                                                                     | <b>151</b> |
| <i>Jorge Zanelli</i>                                                                                                                                                                                      |            |
| 3.2. Teoría de Números . . . . .                                                                                                                                                                          | 152        |
| <b>Julia Robinson numbers and arithmetical dynamic of quadratic polynomials</b>                                                                                                                           | <b>153</b> |
| <i>Marianela Castillo Fernández</i>                                                                                                                                                                       |            |
| <b>Rangos de curvas elípticas y progresiones aritméticas de puntos racionales</b>                                                                                                                         | <b>154</b> |
| <i>Natalia García Fritz</i>                                                                                                                                                                               |            |
| <b>El problema diofantino de adición y divisibilidad para subanillos de los números racionales y de funciones racionales sobre campos finitos</b>                                                         | <b>155</b> |
| <i>Carlos Martínez Ranero</i>                                                                                                                                                                             |            |

|                                                                                                    |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Semiretículo Hermiteano (Semi) y Retículo de Rolf</b>                                           | <b>156</b> |
| <i>Ana Cecilia de la Maza</i>                                                                      |            |
| <b>Aproximación Diofantina y definibilidad existencial</b>                                         | <b>157</b> |
| <i>Héctor Pastén</i>                                                                               |            |
| <b>Cadenas de bases doble para multiplicación escalar</b>                                          | <b>158</b> |
| <i>Nicolas Thériault</i>                                                                           |            |
| <b>Interpreting arithmetic in rings of polynomials in a language with addition and coprimality</b> | <b>159</b> |
| <i>Javier Utreras</i>                                                                              |            |
| 3.3. Ecuaciones Diferenciales Parciales . . . . .                                                  | 160        |
| <b>Lack of exponential decay for the Plate equation with Acoustic Boundary Condition</b>           | <b>161</b> |
| <i>Andrés I. Ávila</i>                                                                             |            |
| <b>Control of parabolic systems and some applications to the control of fluids</b>                 | <b>163</b> |
| <i>Nicolás Carreño</i>                                                                             |            |
| <b>Existence and uniqueness of stationary solutions for a bioconvective flow model</b>             | <b>164</b> |
| <i>Antibal Coronel</i>                                                                             |            |
| <b>Nonradial solutions for the Hénon equation close to the threshold</b>                           | <b>165</b> |
| <i>Pablo Figueroa</i>                                                                              |            |
| <b>Problema en un dominio exterior con condición de frontera de Dirichlet</b>                      | <b>166</b> |
| <i>J.C. Guajardo B.</i>                                                                            |            |
| <b>Soluciones radiales positivas de problemas no lineales con valores de frontera</b>              | <b>167</b> |
| <i>Leonelo Iturriaga</i>                                                                           |            |
| <b>Controlabilidad de la ecuación Korteweg-De Vries en una red en forma de estrella</b>            | <b>169</b> |
| <i>Claudia Moreno</i>                                                                              |            |
| <b>Solutions to the Cahn-Hilliard-Willmore equation in dimension 2 and 3</b>                       | <b>170</b> |
| <i>Matteo Rizzi</i>                                                                                |            |
| <b>The role of the Painlevé equation in phase transition phenomena</b>                             | <b>172</b> |
| <i>Panayotis Smyrnelis</i>                                                                         |            |
| <b>Breathers and the dynamics of solutions in KdV type equations</b>                               | <b>173</b> |
| <i>Claudio Muñoz</i>                                                                               |            |
| <b>Controllability of systems of coupled PDEs by spectral methods</b>                              | <b>174</b> |
| <i>Alberto Mercado Saucedo</i>                                                                     |            |
| 3.4. Sistemas Dinámicos . . . . .                                                                  | 175        |
| <b>About cubic polynomial map with a periodic critical orbit</b>                                   | <b>176</b> |
| <i>Matthieu Arfeux</i>                                                                             |            |
| <b>Equivalencias topológicas locales del atractor geométrico de Lorenz</b>                         | <b>177</b> |
| <i>Juan Carmona</i>                                                                                |            |

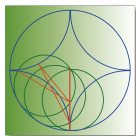
|                                                                                                                        |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Continuum-wise distal homeomorphisms</b>                                                                            | <b>178</b> |
| <i>Dante Carrasco-Olivera</i>                                                                                          |            |
| <b>On the <math>\mathcal{KS}</math>-regularization of the Kepler system through symmetry and reduction</b>             | <b>179</b> |
| <i>Francisco Crespo</i>                                                                                                |            |
| <b>La distancia entre medidas estacionarias</b>                                                                        | <b>181</b> |
| <i>Italo Cipriano</i>                                                                                                  |            |
| <b>Dinámica de la Función Gamma</b>                                                                                    | <b>182</b> |
| <i>Pablo Diaz Araos</i>                                                                                                |            |
| <b>Valores propios en sistemas de Cantor minimales</b>                                                                 | <b>183</b> |
| <i>Alexander Frank</i>                                                                                                 |            |
| <b>Sobre el retrato de fase de sistemas diferenciales cuadráticos tipo Abel</b>                                        | <b>185</b> |
| <i>Johanna D. García-Saldaña</i>                                                                                       |            |
| <b>Contractibilidad no uniforme de un sistema diferencial lineal no autónomo</b>                                       | <b>186</b> |
| <i>Ignacio Huerta Navarro</i>                                                                                          |            |
| <b>Propiedades de conjuntos de isometrías en espacios Gromov hiperbólicos</b>                                          | <b>188</b> |
| <i>Eduardo Oregón Reyes</i>                                                                                            |            |
| <b>Formas normales, estabilidad en sistemas Hamiltonianos periódicos y aplicaciones</b>                                | <b>189</b> |
| <i>Yocelyn Pérez Rothen</i>                                                                                            |            |
| <b>Sobre la Existencia y Estabilidad de Soluciones Periódicas en Sistemas Hamiltonianos con dos grados de Libertad</b> | <b>191</b> |
| <i>Margarita Quispe Tusco</i>                                                                                          |            |
| <b>Versión infinitesimal del Problema 16 de Hilbert para sistemas de Liénard</b>                                       | <b>192</b> |
| <i>Salomón Rebollo-Perdomo</i>                                                                                         |            |
| <b>Escape de masa y formalismo termodinámico en curvatura negativa</b>                                                 | <b>193</b> |
| <i>Felipe Riquelme</i>                                                                                                 |            |
| <b>Ceros de integrales Abelianas completas para un Hamiltoniano polinomial de tipo <math>(0, 3)</math></b>             | <b>194</b> |
| <i>Marco Uribe</i>                                                                                                     |            |
| 3.5. Geometría . . . . .                                                                                               | 195        |
| <b>An upper bound for hypersurfaces without lines in finite projective spaces</b>                                      | <b>196</b> |
| <i>Andrea Tironi</i>                                                                                                   |            |
| <b>An upper bound for hypersurfaces without lines in finite projective spaces</b>                                      | <b>197</b> |
| <i>Paolai</i>                                                                                                          |            |
| <b>Proportional algebraic curves</b>                                                                                   | <b>198</b> |
| <i>Felipe Guevara-Morales</i>                                                                                          |            |
| <b>On quasilatonic Riemann surfaces with complex multiplication</b>                                                    | <b>198</b> |
| <i>Sebastián Reyes Carocca</i>                                                                                         |            |

|                                                                                                                                          |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>On quasilatonic Riemann surfaces<br/>with complex multiplication</b>                                                                  | <b>199</b> |
| <i>Saúl Quispe</i>                                                                                                                       |            |
| <b>Regular dessins d'enfants with field of moduli <math>\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})</math></b>                                               | <b>200</b> |
| <i>Rubén Hidalgo</i>                                                                                                                     |            |
| <b>Application of algebraic geometry to calculation of Feynman diagrams</b>                                                              | <b>203</b> |
| <i>Pedro Julca</i>                                                                                                                       |            |
| <b>Períodos de curvas generalizadas de Fermat.</b>                                                                                       | <b>204</b> |
| <i>Yerko Torres</i>                                                                                                                      |            |
| <b>Resolución simultanea incrustada no implica deformación <math>\mu^*</math>-constante</b>                                              | <b>205</b> |
| <i>Maximiliano Leyton</i>                                                                                                                |            |
| <b>Computing Riemann matrices using group actions.</b>                                                                                   | <b>206</b> |
| <i>Rojas-Anita</i>                                                                                                                       |            |
| 3.6. Estadística . . . . .                                                                                                               | 207        |
| <b>Estudio de simulación comparando el alpha de Cronbach y el alpha Ordinal</b>                                                          | <b>208</b> |
| <i>Sergio Contreras Espinoza</i>                                                                                                         |            |
| <b>Estimation and Prediction using generalized Cauchy Covariance model under fixed<br/>domain asymptotics</b>                            | <b>209</b> |
| <i>Tarik Faouzi</i>                                                                                                                      |            |
| <b>A stochastic methodology for risk assessment of a large earthquake when a long<br/>time has elapsed</b>                               | <b>210</b> |
| <i>Raúl Fierro</i>                                                                                                                       |            |
| <b>Trapezoidal Distributions and Trapezoidal beta Distribution</b>                                                                       | <b>211</b> |
| <i>Jorge I. Figueroa-Zúñiga</i>                                                                                                          |            |
| <b>Test de bondad de ajuste para la distribución Hermite bivalente</b>                                                                   | <b>212</b> |
| <i>Pablo González</i>                                                                                                                    |            |
| <b>Monitoring urban environmental pollution by bivariate control charts: a new met-<br/>hodology and a case study in Santiago, Chile</b> | <b>213</b> |
| <i>Carolina Marchant</i>                                                                                                                 |            |
| <b>A simulation-based study on Bayesian estimator for the skew Brownian motion.</b>                                                      | <b>214</b> |
| <i>Manuel J.P. Barahona</i>                                                                                                              |            |
| <b>Estimation of the Regression Function With a Covariance Dependence Structure<br/>and Random Times</b>                                 | <b>215</b> |
| <i>Tania Roa Rojas</i>                                                                                                                   |            |
| <b>On a Concordance Correlation Coefficient for Spatial Data</b>                                                                         | <b>216</b> |
| <i>Ronny Vallejos</i>                                                                                                                    |            |
| 3.7. Matemáticas Discretas . . . . .                                                                                                     | 217        |

|                                                                                                                                   |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Diseño y análisis de algoritmos para encaminamiento en redes de comunicación con fallos.</b>                                   | <b>218</b> |
| <i>Jorge Ávila</i>                                                                                                                |            |
| <b>Signed Graph Embedding on the Circumference.</b>                                                                               | <b>220</b> |
| <i>Felipe Benitez</i>                                                                                                             |            |
| <b>Operador bloque-secuencial en redes Booleanas.</b>                                                                             | <b>222</b> |
| <i>Luis Cabrera</i>                                                                                                               |            |
| <b>Maximum number of clique-free colorings in graphs.</b>                                                                         | <b>223</b> |
| <i>Hiep Han</i>                                                                                                                   |            |
| <b>Juegos de prioridad estocásticos simultáneos.</b>                                                                              | <b>224</b> |
| <i>Bruno Karelović</i>                                                                                                            |            |
| <b>Árbol generador de costo mínimo con incertidumbre.</b>                                                                         | <b>225</b> |
| <i>Arturo Merino</i>                                                                                                              |            |
| <b>Chromatic numbers of exact distance graphs.</b>                                                                                | <b>226</b> |
| <i>Daniel A. Quiroz</i>                                                                                                           |            |
| <b>El factor de aproximación del algoritmo de doble-árbol con técnicas de atajos para el problema del vendedor viajero.</b>       | <b>227</b> |
| <i>Manuel Rogers</i>                                                                                                              |            |
| <b>Fixing Boolean networks asynchronously.</b>                                                                                    | <b>228</b> |
| <i>Lilian Salinas</i>                                                                                                             |            |
| <b>On transitive Turing machine dynamical system classification.</b>                                                              | <b>229</b> |
| <i>Rodrigo Torres</i>                                                                                                             |            |
| 3.8. Teoría de Control . . . . .                                                                                                  | 231        |
| <b>Convergencia de soluciones para sistemas de segundo orden de familias de operadores cocoercivos</b>                            | <b>232</b> |
| <i>Ruben Astudillo</i>                                                                                                            |            |
| <b>A Projected primal-dual splitting for solving constrained monotone inclusions</b>                                              | <b>233</b> |
| <i>Luis M. Briceño Arias</i>                                                                                                      |            |
| <b>Double regularization methods for robust feature selection and SVM classification via DC programming</b>                       | <b>234</b> |
| <i>Miguel Carrasco</i>                                                                                                            |            |
| <b>Asymptotic equivalence of evolution equations governed by monotone operators with some structure and their discretizations</b> | <b>235</b> |
| <i>Andrés Contreras</i>                                                                                                           |            |
| <b>Gradient flows and determination of convexity</b>                                                                              | <b>237</b> |
| <i>Aris Daniilidis</i>                                                                                                            |            |

|                                                                                                                                |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Extended Euler-Lagrange and Hamiltonian Conditions in Optimal Control of Sweeping Processes with Controlled Moving Sets</b> | <b>238</b> |
| <i>Nguyen Dinh Hoang</i>                                                                                                       |            |
| <b>Self-dual approximations to fully convex impulsive systems</b>                                                              | <b>239</b> |
| <i>Cristopher Hermosilla</i>                                                                                                   |            |
| <b>Unbounded State Dependent Sweeping Processes with Perturbation in Uniformly Convex and q-Uniformly Smooth Banach Spaces</b> | <b>240</b> |
| <i>Ba Khiet Le</i>                                                                                                             |            |
| <b>An interior algorithm for nonlinear conic programs: Application to classification problems</b>                              | <b>241</b> |
| <i>Julio López</i>                                                                                                             |            |
| <b>Convergence notions for interval functions and their applications to interval optimization problems</b>                     | <b>242</b> |
| <i>Rubén López</i>                                                                                                             |            |
| <b>Subdifferential characterization of probability functions under Gaussian distribution</b>                                   | <b>243</b> |
| <i>Pedro Pérez-Aros</i>                                                                                                        |            |
| <b>Inertial proximal algorithms for maximally monotone operators</b>                                                           | <b>244</b> |
| <i>Juan Peypouquet</i>                                                                                                         |            |
| <b>Stability Analysis for Parameterized Conic Programs</b>                                                                     | <b>245</b> |
| <i>Héctor Ramírez</i>                                                                                                          |            |
| <b>Boundary of maximal monotone operators values</b>                                                                           | <b>246</b> |
| <i>Bao Tran Nguyen</i>                                                                                                         |            |

## 1. PLENARIAS



# Comparing localizations of rings

*Lidia Angeleri Hügel\**

*University of Verona*

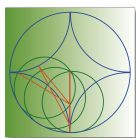
## Resumen

The ring epimorphisms starting in a ring  $R$  encode important ring theoretic and representation theoretic information on  $R$ . We will review and compare some constructions of ring epimorphisms via localization, and we will discuss the interplay with subcategories of the category of  $R$ -modules. Our focus will lie on three particular cases: commutative noetherian rings, hereditary rings, and finite dimensional algebras.

The talk is based on joint work with Frederik Marks, Jan Šťovíček, Ryo Takahashi, and Jorge Vitória.

---

\*e-mail:



# La resolución de problemas, una actividad central en la matemática

*Patricio Felmer\**

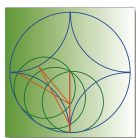
*Universidad de Chile*

## Resumen

En esta conferencia discutiré algunas ideas sobre educación planteadas por el filósofo, psicólogo y pedagogo norteamericano John Dewey, quién propone que los estudiantes deberían tener, en las disciplinas escolares, experiencias similares a las que tienen los expertos de dichas disciplinas. Luego presentaré opiniones de algunos matemáticos que sugieren que la resolución de problemas es la actividad central de los matemáticos y matemáticas (al menos para ellos) y que entonces, de acuerdo a Dewey, deberíamos tener resolución de problemas en las clases de matemáticas. Concluiré, explorando con preguntas, por qué la cadena que conecta las labores de los matemáticos y la de los estudiantes escolares se corta.

---

\*e-mail:



# Convection-diffusion-reaction and transport-flow models of sedimentation: some recent advances

*Raimund Bürger\**

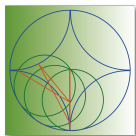
*Universidad de Concepción*

## Resumen

The sedimentation of a suspension is a unit operation widely used in mineral processing, chemical engineering, wastewater treatment, and other industrial applications. Mathematical models that describe these processes and may be employed for simulation, design and control are usually given as nonlinear, time-dependent partial differential equations that in one space dimension include strongly degenerate convection-diffusion-reaction equations with discontinuous coefficients, and in two or more dimensions, coupled flow-transport problems. These models incorporate non-standard properties that have motivated original research in applied mathematics and numerical analysis. This contribution summarizes recent advances, and presents original numerical results, for three different topics of research: a novel method of flux identification for a scalar conservation law from observation of curved shock trajectories that can be observed in sedimentation in a cone; a new description of continuous sedimentation with reactions including transport and reactions of biological components; and the numerical solution of a multi-dimensional sedimentation-consolidation system by an augmented mixed-primal method, including an a posteriori error estimation. The contribution is based on joint work with Stefan Diehl and Julio Careaga (Lund University, Sweden), Ricardo Ruiz-Baier (Oxford University, UK), and Camilo Mejías (Universidad de Concepción).

---

\*e-mail:



## Geometry at the Frontier

*Rubí E. Rodríguez\**

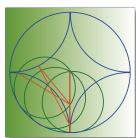
*Departamento de Matemática y Estadística  
Universidad de La Frontera  
Temuco, Chile*

### Resumen

We will present a panorama of the work being carried out by the geometers participating in Anillo “Geometry at the Frontier”, including some recent results and work in progress. Special attention will be given to new problems under study arising from the collaborative work among participants, particularly with young researchers

---

\*Partially supported by Anillo ACT 1415 PIA-CONICYT, e-mail: [rubi.rodriguez@ufrontera.cl](mailto:rubi.rodriguez@ufrontera.cl)



# Curvas de Shimura y la conjetura abc

*Héctor Pastén\**

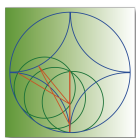
*Harvard University*

## Resumen

La conjetura abc predice una relación inesperada entre la suma y la multiplicación en los números enteros. Si bien tiene una gran cantidad de consecuencias, los resultados incondicionales en la dirección de una solución no son muchos, principalmente debido a la falta de teoría. En esta charla explicaré el problema y luego daré una idea de una técnica nueva basada en la teoría de Arakelov y curvas de Shimura, la que permite obtener mejores resultados incondicionales.

---

\*e-mail:



# La matemática de una pelota de fútbol

*Andrés Navas\**

*Universidad de Santiago de Chile*

## Resumen

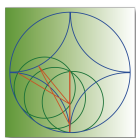
¿Te has preguntado por qué una pelota de fútbol clásica tiene 32 cascos y no 40 o 20? O, ¿por qué algunos cascos son hexagonales y otros pentagonales?

En esta charla veremos cómo los diseños de las pelotas de fútbol y de otros deportes permiten vislumbrar elementos geométricos y aproximarse a una teoría moderna de la matemática: la topología.

---

\*e-mail:

## 2. CURSILLOS



## Cursillo 1. Breve introducción a las ecuaciones dispersivas

*Claudio Muñoz\**

*Departamento de Ingeniería Matemática  
Universidad de Chile*

### Resumen

El propósito de este curso es de introducir las nociones básicas referentes al estudio de ecuaciones dispersivas no lineales, un área de reciente interés en el mundo de las EDPs, y donde gran parte de los modelos estudiados provienen de la Física avanzada. En un primer término, nos concentraremos en entender la teoría lineal clásica, para luego describir los elementos necesarios para establecer existencia de soluciones fuertes vía estimaciones de Strichartz. Si el tiempo lo permite, veremos dos ejemplos clásicos donde la solución construida puede o no puede existir globalmente en tiempo.

Esquema aproximado del curso:

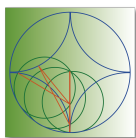
Clase 1: Métodos de análisis de Fourier aplicados a la resolución de la ecuación lineal de Schrödinger

Clase 2: Estimaciones de Strichartz y su uso en el análisis de ecuaciones no lineales.

Clase 3: Explosión en tiempo finito versus existencia global.

---

\*e-mail:



## Cursillo 2. Un modelo teórico inclusivo en Educación matemática y su vínculo con la formación de profesores de Matemática

*Luis Pino-Fan\**

*Departamento de Ciencias Exactas  
Universidad de los Lagos*

### Resumen

En este cursillo se abordarán algunos aspectos de un modelo teórico inclusivo en Educación Matemática, conocido como Enfoque Onto-Semiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos. Así mismo, se discutirá el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM), el cual está basado en el EOS, y se resolverán actividades para comprender las dimensiones y categorías del conocimiento que requiere el profesor para gestionar los aprendizajes de sus estudiantes.

El álgebra homológica es un área relativamente reciente de la matemática, que sus inicios se pueden trazar al estudio de invariantes algebraicos que permitieran diferenciar espacios topológicos y propiedades de anillos de polinomios. Como tal, y de la mano de la teoría de categorías, creció como una herramienta de trabajo, pero ya ha evolucionado lo suficiente como para convertirse en una área de investigación por sí sola, integrándose a variadas áreas de la matemática.

Este cursillo tiene por objetivo introducir nociones básicas del álgebra homológica con un énfasis en el functor  $\text{Ext}$ . El cursillo se divide en tres partes:

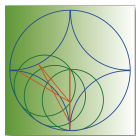
La primera parte se concentra en explicar los objetos más básicos del álgebra homológica desde el punto de vista de la teoría de  $R$ -módulos, donde  $R$  es un anillo. En particular se explicarán los conceptos de complejos de cadena, módulos proyectivos y módulos inyectivos y como estos se relacionan con el cálculo  $\text{Ext}$ .

En la segunda parte del cursillo, introduciremos el concepto de categoría y daremos algunas definiciones básicas para objetos y morfismos de una categoría. Posteriormente, definiremos las categorías abelianas, el grupo abeliano formado por las extensiones entre dos objetos (suma de Baer) de dicha categoría, y para categorías abelianas con suficientes inyectivos, calcularemos bi-functor  $\text{Ext}^i(-, -)$  para  $i > 0$ .

La tercera parte, presentaremos una noción homológica de un par de cotorsión, que es un par de clases que son "ortogonales maximales" según al functor  $\text{Ext}$ . Como una aplicación, describiremos una conexión entre ciertas categorías de modelos y pares de cotorsión.

---

\*e-mail:



## Cursillo 3. Una introducción al Álgebra Homológica a través de Ext

*Daniel Bravo, Sinem Odabasi y Carlos Parra\**

*Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Universidad Austral de Chile*

### Resumen

El álgebra homológica es un área relativamente reciente de la matemática, que sus inicios se pueden trazar al estudio de invariantes algebraicos que permitieran diferenciar espacios topológicos y propiedades de anillos de polinomios. Como tal, y de la mano de la teoría de categorías, creció como una herramienta de trabajo, pero ya ha evolucionado lo suficiente como para convertirse en una área de investigación por sí sola, integrándose a variadas áreas de la matemática.

Este cursillo tiene por objetivo introducir nociones básicas del álgebra homológica con un énfasis en el functor Ext. El cursillo se divide en tres partes:

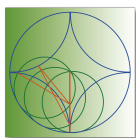
La primera parte se concentra en explicar los objetos más básicos del álgebra homológica desde el punto de vista de la teoría de  $R$ -módulos, donde  $R$  es un anillo. En particular se explicarán los conceptos de complejos de cadena, módulos proyectivos y módulos injectivos y como estos se relacionan con el cálculo Ext.

En la segunda parte del cursillo, introduciremos el concepto de categoría y daremos algunas definiciones básicas para objetos y morfismos de una categoría. Posteriormente, definiremos las categorías abelianas, el grupo abeliano formado por las extensiones entre dos objetos (suma de Baer) de dicha categoría, y para categorías abelianas con suficientes injectivos, calcularemos bi-functor  $\text{Ext}^i(-, -)$  para  $i > 0$ .

La tercera parte, presentaremos una noción homológica de un par de cotorsión, que es un par de clases que son "ortogonales maximales" según al functor Ext. Como una aplicación, describiremos una conexión entre ciertas categorías de modelos y pares de cotorsión.

---

\*e-mail:



## Cursillo 4. Paseos aleatorios en el plano hiperbólico

*Jairo Bochi\**

*Facultad de Matemática  
Pontificia Universidad Católica de Chile*

### Resumen

Un perro perdido en una ciudad plana infinita siempre vuelve a su casa; además, lo hace infinitas veces. La situación es distinta para un pajarito perdido en el espacio infinito, y aún más distinta para un perro perdido en el plano hiperbólico. Para entender estos hechos, estudiaremos algunos conceptos fundamentales de la teoría de las probabilidades y de la geometría no euclidiana.

---

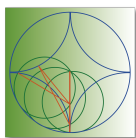
\*e-mail:

### **3. SESIONES**

### 3.1. Álgebra

**Coordinador:**

- Luis Gutiérrez Frez, Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad Austral de Chile, Valdivia.



# Cómo conjugar subgrupos parabólicos en grupos de Artin-Tits

*Matthieu Calvez* \*

*DME*

*UFRO*

*Temuco.*

## Resumen

Presentaré un trabajo en curso sobre la estabilidad por conjugación de los subgrupos parabólicos estándar en los grupos de Artin-Tits.

---

\*e-mail: [matthieu.calvez@ufrontera.cl](mailto:matthieu.calvez@ufrontera.cl)



# XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



## Una framización para el álgebra de Temperley–Lieb de tipo B

*Marcelo Flores Henríquez\**

*Instituto de Matemáticas*

*Universidad de Valparaíso*

*Valparaíso, Chile*

### Resumen

El álgebra de Temperley–Lieb emerge originalmente en mecánica estadística, donde juega un rol central en el estudio de modelos de Potts en dos dimensiones. En los 80's fue redescubierta por V. Jones, primero en el contexto de álgebras de Von Neumann [4] y luego como cociente del álgebra de Hecke sobre un ideal bilatero apropiado [5]. Esto también introduce en la literatura la idea de álgebra de nudo. Una álgebra de nudo es una álgebra que soporta una única traza de Markov, la cual puede ser reescalada, permitiendo así la construcción de invariantes de nudos. El álgebra de Hecke, el álgebra de Temperley–Lieb y la BMW álgebra son los ejemplos más conocidos de álgebras de nudos.

Por otro lado, la idea de framización de un algebra de nudos fue introducida por Juyumaya y Lambropoulou en [6], y consiste en añadir generadores *framing* a la presentación de un álgebra de nudos con el fin de encontrar nuevas invariantes de framed links, y consecuentemente de links clásicos. El álgebra de Yokonuma–Hecke [8] es el prototipo de framización, de hecho esta álgebra puede ser vista como una framización del álgebra de Hecke de tipo A.

En este trabajo extendemos  $FTL_{d,n}(q)$ , la framización del álgebra de Temperley–Lieb de tipo A [2], a grupos de Coxeter de tipo B. Para esto, consideramos el álgebra de Temperley–Lieb asociada a un grupo de Coxeter arbitrario [3], y trabajamos para el caso particular de un grupo de Coxeter de tipo B, obteniendo el álgebra denotada por  $TL_n^B(u, v)$ . Dicha álgebra emerge naturalmente como cociente del álgebra de Hecke de tipo B,  $H_n(u, v)$ . Así, damos las condiciones necesarias y suficientes para que la traza de Markov definida en  $H_n(u, v)$  [7] pase al cociente y construimos las invariantes nudos correspondientes. Luego, usando esto, introducimos la framización de  $TL_n^B(u, v)$ , la cual es definida como un cociente del álgebra  $Y_{d,n}^B(u, v)$  [1], la cual, a su vez, es una framización de  $H_n(u, v)$ . Finalmente encontramos las condiciones para que la traza de Markov definida en  $Y_{d,n}^B(u, v)$  [1] pase al cociente definido anteriormente, y deducimos las invariantes asociadas para links en el toro sólido.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Dimos Goundaroulis**<sup>1</sup>, Center for Integrative Genomics, Universidad de Lausanne, Lausanne, Suiza.

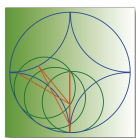
## Referencias

- [1] M. FLORES, J. JUYUMAYA, AND S. LAMBROPOULOU, *A framization of the Hecke algebra of type B*, in press J. Pure Appl. Algebr. <https://doi.org/10.1016/j.jpaa.2017.05.006>, (2016).

\*Parcialmente financiado por FONDECYT 11170305, e-mail: [marcelo.flores@uv.cl](mailto:marcelo.flores@uv.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [dimoklis.gkountaroulis@unil.ch](mailto:dimoklis.gkountaroulis@unil.ch)

- [2] D. GOUNDAROULIS, J. JUYUMAYA, A. KONTAGEORGIS, AND S. LAMBROPOULOU, *Framization of the Temperley-Lieb Algebra*, Math. Res. Lett., 24 (2017), pp. 299–345.
- [3] R. M. GREEN AND J. LOSONCZY, *Canonical bases for hecke algebra quotients*, Math. Res. Lett., 6 (1999), pp. 213–222.
- [4] V. JONES, *Index for subfactors*, Inventiones Mathematicae, 72 (1983), pp. 1–25.
- [5] ———, *Hecke algebra representations of braid groups and link polynomials*, Annals of Mathematics, 126 (1987), pp. 335–388.
- [6] J. JUYUMAYA AND S. LAMBROPOULOU, *p-adic framed braids II*, Advances in Mathematics, 234 (2013), pp. 149–191.
- [7] S. LAMBROPOULOU, *Solid torus links and Hecke algebras of B-type*, in Proceedings of the Conference on Quantum Topology, D. N. Yetter ed., World Scientific Press, 1994.
- [8] T. YOKONUMA, *Sur la structure des anneaux de Hecke d'un group de Chevalley fin*, C.R. Acad. Sc. Paris, 264 (1967), pp. 344–347.



## On commutative non Power-Associative algebras.

*Alicia Labra*<sup>\*</sup>

*Departamento de Matemáticas  
Universidad de Chile  
Chile.*

### Resumen

Let  $A$  be a commutative algebra over a field  $F$ , characteristic  $(F) \neq 2, 3$  satisfying the identity  $(xx)(xx) - \lambda((xx)x)x = 0$ . It is known that for  $\lambda = 1$  and characteristic  $(F) \neq 2, 3, 5$  the algebra is a commutative power-associative algebra (see Schafer [5]), that is, a commutative algebra such that for each element  $x$  in  $A$ , the subalgebra generated by  $x$  is associative. This is equivalent to defining power of a single element  $x$  in  $A$  recursively by  $x^1 = x$ ,  $x^{i+1} = x^i x$ , and requiring that  $x^i x^j = x^{i+j} \forall x \in A, i, j = 1, 2, \dots$ . These algebras have being widely studied (see Albert [1], Gerstenhaber [3], Schafer [5]). For  $\lambda = 0$ , Guzzo and Behn [4] proved that finite dimensional commutative algebras of dimension  $\leq 7$  satisfying  $(xx)(xx) = 0$  are solvable.

In this work we complete the study for  $\lambda \neq 0, 1$ . We will work with the free commutative algebra generated by a single element  $x$ . The basis is formed by monomials in the element  $x$ . Our main result is that if  $A$  is a commutative algebra satisfying the identity  $(xx)(xx) - \lambda((xx)x)x = 0$   $\lambda \neq 0, 1$  then any monomial of degree  $\geq 8$  in a single variable is zero.

Joint work with:

**Manuel Arenas**<sup>1</sup>, Departamento de Matemáticas, Universidad de Chile, Chile.

**Irvin Roy Hentzel**<sup>2</sup>, Department of Mathematics, Iowa State University, Ames, USA.

### Referencias

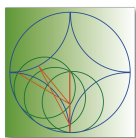
- [1] A. A. Albert. *Power-associative rings*, Trans. Amer. Math. Soc. 64 (1948) 552-593.
- [2] M. Arenas, I. R. Hentzel, A. Labra *On commutative non Power-Associative algebras*, submitted (2018).
- [3] M. Gerstenhaber, *On nilalgebras and linear varieties of nilpotent matrices II*, Duke Math. J. 27 (1960) 21-31.
- [4] H., Jr., Guzzo, A., Behn *Solvability of a commutative algebra which satisfies  $(x^2)^2 = 0$* . Comm. in Algebra 42 (1) (2014) 417-422.
- [5] R. Schafer. *Introduction to nonassociative algebras*. Academic Press N. York, London, (1966).

---

<sup>\*</sup>Partially supported by 1170547, e-mail: [alimat@uchile.cl](mailto:alimat@uchile.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [mcazenascl@yahoo.com](mailto:mcazenascl@yahoo.com)

<sup>2</sup>e-mail: [hentzel@iastate.edu](mailto:hentzel@iastate.edu)



## Cambios de característica en álgebras de Hecke y representaciones unitarias de grupos $p$ -ádicos

*Luis Lomelí*<sup>\*</sup>

*Instituto de Matemáticas*

*P. Universidad Católica de Valparaíso*

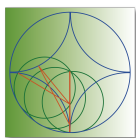
*Valparaíso, Chile.*

### Resumen

Sea  $F$  un cuerpo local no arquimedeano. Tenemos la equivalencia entre la categoría de representaciones admisibles complejas de un grupo reductivo escindido  $G$  definido sobre  $F$  y la categoría de módulos sobre el álgebra de Hecke  $\mathcal{H}(G)$ . El problema de detectar si una representación admisible de  $G$  es unitaria, por medio del álgebra de Hecke, fué resuelto recientemente por D. Cuiotaru. Exploramos en conexión con este resultado, la filosofía de Kazhdan de transferir información entre las álgebras de Hecke de un grupo  $G$  definido sobre cuerpos arquimedeanos  $F$  y  $F'$  que son cercanos, más precisamente, son  $m$ -cercanos si  $\mathcal{O}_F/\mathfrak{p}_F^m \simeq \mathcal{O}_{F'}/\mathfrak{p}_{F'}^m$ . Utilizamos la filtración por subgrupos compactos abiertos de Iwahori, y la transferencia de Kazhdan como lo hace R. Ganapathy en su estudio de la conjetura de Langlands local para grupos clásicos en característica  $p$ , junto con S. Varma. Podemos entonces establecer un criterio de unitariedad para los grupos clásicos y obtenemos resultados de clasificación. En un contexto global, se puede interpretar como un paso a obtener cotas para la conjetura de Ramanujan.

---

<sup>\*</sup>Agradecimientos , e-mail: dirección



# Recollements of Grothendieck categories

*Carlos Parra*\*

*Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Universidad Austral de Chile  
Chile.*

## Resumen

The Grothendieck abelian categories are a type of abelian categories of particular importance in representation theory and algebraic geometry. Categories of modules over a ring or categories of quasi-coherent sheaves fit into this type of categories. By definition, they are abelian categories with coproducts, exact direct limits and a generator.

On the other hand, the recollements of abelian categories are useful decompositions of an abelian category into two smaller ones. In this talk, we will investigate in depth whether the property of being Grothendieck abelian glues well in a recollement. In particular, we will show that in a recollement of a Grothendieck abelian category the other two categories involved are also Grothendieck abelian and, more significantly, we provide an example where the converse does not hold and we explore multiple sufficient conditions for it to hold.

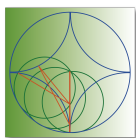
Joint work with Jorge Vitória

## Referencias

- [1] H. KRAUSE, *Localization theory for triangulated categories*, Triangulated categories, 161–235, London Math. Soc. Lecture Note Ser., **375**, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2010.
- [2] C. PARRA and M. SAORIN, *Direct limits in the heart of a  $t$ -structure: the case of a torsion pair*, J. Pure Appl. Algebra **219**, no. 9 (2015), 4117–4143.
- [3] C. PARRA and J. VITÓRIA, *Properties of abelian categories via recollements*, preprint, arXiv:1710.04632.
- [4] C. PSAROUDAKIS, *Homological theory of recollements of abelian categories*, J. Algebra **398** (2014), 63–110.
- [5] C. PSAROUDAKIS, *A representation-theoretic approach to recollements of abelian categories*, preprint (2017), 75 pages.
- [6] C. PSAROUDAKIS and J. VITÓRIA, *Recollements of module categories*, Appl. Categ. Structures **22** (2014), no. 4, 579–593.

---

\*The author was partially supported by CONICYT/FONDECYT/Iniciación/11160078.  
e-mail: carlos.parra@uach.cl



# Teoría de representaciones modular via álgebras de blob.

**David Plaza\***

*Instituto de Matemática y Física  
Universidad de Talca  
Talca, Chile*

## Resumen

Hace dos décadas P. Martin and D. Woodcock [2] establecieron una sorprendente conexión entre mecánica estadística y teoría de representaciones. Ellos observaron que los números de descomposición del álgebra de blob en característica cero pueden ser obtenidos evaluando en 1 los polinomios de Kazhdan-Lusztig de tipo  $\tilde{A}_1$ . En esta charla llevaremos esta observación mucho más allá de su alcance original. Introduciremos una conjetura que relaciona los  $p$ -polinomios de Kazhdan-Lusztig y las álgebras de blob generalizadas en característica  $p$ . Explicaremos la evidencia en favor de esta conjetura y su importancia.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Nicolás Libedinsky**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

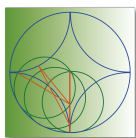
## Referencias

- [1] Libedinsky, N., & Plaza, D. (2018). Blob algebra approach to modular representation theory. arXiv preprint arXiv:1801.07200.
- [2] Martin, P. P., & Woodcock, D. (2003). Generalized blob algebras and alcove geometry. LMS Journal of Computation and Mathematics, 6, 249-296.

---

\*Parcialmente financiado por FONDECYT proyecto 11160154 y Inserción en la Academia PAI-CONICYT 79150016, e-mail: [dplaza@utalca.cl](mailto:dplaza@utalca.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por FONDECYT 1160152 y Anillo ACT1415, e-mail: [nlibedinsky@gmail.com](mailto:nlibedinsky@gmail.com)



# Un resultado sobre los grupos de Artin de ángulo recto

*Paolo Sentinelli\**

*Departamento de Matemáticas  
Universidad de Chile  
Santiago, Chile*

## Resumen

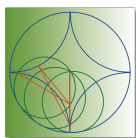
Para cada sistema de Coxeter consideramos el álgebra generada por las proyecciones sobre cocientes parabólicos. En el caso finito esa álgebra es isomorfa al álgebra del monoide de Coxeter (0-Hecke álgebra). En el caso infinito contiene el álgebra de monoide de Coxeter como subálgebra propia. Esa construcción realiza una representación integral fiel del álgebra del monoide de Coxeter para cada sistema de Coxeter. Como aplicación mostraremos que un grupo de Artin de ángulo recto se inyecta en el álgebra de Hecke del relativo grupo de Coxeter. [1]

## Referencias

- [1] SENTINELLI, PAOLO, *Artin group injection in the Hecke algebra for right-angled groups*, arXiv preprint, (2018).

---

\*Parcialmente financiado por Postdoctorado FONDECYT-CONICYT 3160010, e-mail: [paolosentinelli@gmail.com](mailto:paolosentinelli@gmail.com)



## Representaciones de grupos reductivos sobre anillos locales de largo dos.

**Andrea Vera-Gajardo\***

*Instituto de Matemática  
Universidad de Valparaíso  
Chile.*

### Resumen

Sea  $\mathcal{O}$  un anillo de valuación discreto con ideal maximal  $\mathfrak{p}$  y cuerpo residual  $\mathbb{F}_q$  con  $q$  elementos y característica  $p$ . Para un entero  $r \geq 1$ , escribimos  $\mathcal{O}_r = \mathcal{O}/\mathfrak{p}^r$ . Sea  $\mathcal{O}'$  un segundo anillo de valuación discreto con el mismo cuerpo residual  $\mathbb{F}_q$  y definamos  $\mathcal{O}'_r$  análogamente. Para un cuerpo finito  $G$  y un entero  $d \geq 1$  sea  $\text{Irr}_d(G)$  el conjunto de clases de isomorfía de representaciones irreducibles complejas de  $G$  de dimensión  $d$ . En [1], la autora conjeturó que para enteros  $r, n, d \geq 1$  se tiene  $\#\text{Irr}_d(\text{GL}_n(\mathcal{O}_r)) = \#\text{Irr}_d(\text{GL}_n(\mathcal{O}'_r))$ . Esto fue demostrado para  $r = 2$  por P. Singla ([2]). Posteriormente, en [3], Singla probó la conjetura para los grupos clásicos y  $r = 2$ .

En este trabajo generalizamos los resultados de P. Singla para cualquier esquema de grupo reductivo para el cual  $p$  es un "very good prime".

Trabajo realizado en conjunto con:

**Alexander Stasinski<sup>1</sup>**, Durham University, UK.

### Referencias

- [1] ONN, URI, *Representations of automorphism groups of finite  $\mathcal{O}$ -modules of rank two.*, Adv. in Math **219**, (2008), no.6, 2058-2085.
- [2] SINGLA, POOJA *On representations of general linear groups over principal ideal local rings of length two.*, J. of Algebra **324**, (2010), no. 9, 2543-2563.
- [3] SINGLA, POOJA *On representations of classical groups over principal ideal local rings of length two.*, Comm. Algebra **40**, (2012), no. 11, 4060-4067.

---

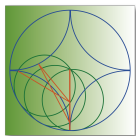
\*Parcialmente financiado por Conicyt-PAI Concurso Nacional Inserción de Capital Humano Avanzado en la Academia convocatoria 2017 Cod 79170117, e-mail: [andreaveragajardo@gmail.com](mailto:andreaveragajardo@gmail.com)

<sup>1</sup>e-mail: [alexander.stasinski@durham.ac.uk](mailto:alexander.stasinski@durham.ac.uk)

### **3.2. Análisis Funcional, Teoría de Operadores y Ecuaciones de Evolución**

#### **Coordinadores**

- Víctor Cortés, Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago.
- Juan Carlos Pozo, Departamento de Matemática y Estadística, Universidad de la Frontera, Temuco.



# Spectral Properties of Rank one Perturbations of Unitary operators.

**María A. Astaburuaga**\*

*Facultad de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

We analyze spectral properties of some rank one perturbations of unitary operators with a cyclic vector. We also give conditions for unitary operators with a simple eigenvalue, in order to exhibit an almost exponential decay for the associated resonant state under perturbations. Main tools are the Aronszajn-Donoghue theory for rank one perturbations, and the reduction of the resolvent based on a unitary version of Feshbach-Livsic formula.

Joint work with:

**O. Bourget and V.H. Cortés**, Facultad de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Chile

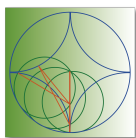
Santiago, Chile.

## Referencias

- [1] W. Rudin., *Real and Complex Analysis*
- [2] Reed M., Simon B., Vol.1, Functional Analysis, Academic Press, (1984)
- [3] O. Bourget, V.H. Cortés, R. Del Río, C. Fernández *Resonances under rank one perturbations* J. Math. Phys 58(2017) no.9
- [4] Reed M., Simon B., Vol.4, Analysis of Operators, Academic Press, (1984)
- [5] B. Simon. *Spectral Analysis of rank one perturbations and applications*, Lectures at the Vancouver Summer School in Mathematical Physics, 1993

---

\*Partially supported by Fondecyt Grant 1161732, e-mail: [angelica@mat.uc.cl](mailto:angelica@mat.uc.cl)



## Funciones zeta locales de Igusa y operadores pseudo-diferenciales sobre campos $p$ -ádicos

**Víctor Burgos Guerrero\***

*Departamento de Matemática*

*Universidad de Concepción*

*Concepción, Chile*

### Resumen

En ésta charla se abordará una parte de la teoría de operadores pseudo-diferenciales  $p$ -ádicos relacionados con la función zeta local de Igusa. El objetivo es encontrar y estudiar las soluciones fundamentales de ecuaciones pseudo-diferenciales asociadas a estos operadores. Para ello, introduciremos la teoría preliminar en  $\mathbb{Q}_p$  y, veremos además que, como consecuencia importante de un resultado de geometría algebraica, la función zeta local de Igusa admite una continuación analítica a todo el plano complejo. Esto último implica la existencia de soluciones fundamentales para operadores diferenciales  $p$ -ádicos con coeficientes constantes. Mostraremos también algunos operadores importantes y una técnica que se utilizará para hallar las soluciones fundamentales a las ecuaciones mencionadas.

Trabajo realizado en conjunto con:

**José Aguayo G.**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Wilson Zúñiga-Galindo**<sup>2</sup>, Departamento de Matemática, Cinvestav del Instituto Politécnico Nacional, Santiago de Querétaro, México.

### Referencias

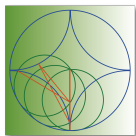
- [1] J. IGUSA, *An Introduction to the Theory of Local Zeta Functions*, AMS/IP Studies in Advanced Mathematics, 2000.
- [2] A. KHRENNIKOV, S. KOZYREV AND W. ZÚÑIGA-GALINDO, *Ultrametric Pseudodifferential Equations and Its Applications*, Encyclopedia of Mathematics (161), Cambridge University Press, 2018.
- [3] A. KOCHUBEI, *Pseudo-Differential Equations and Stochastics over non-Archimedean Fields*, Pure Appl. Math. 244 (Marcel Dekker, New York, 2001).
- [4] M. TAIBLESON, *Fourier Analysis on Local Fields*, Princeton University Press, 1975.
- [5] V. VLADIMIROV, I. VOLOVICH Y E. ZELENOV,  *$p$ -adic Analysis and Mathematical Physics*, Series on Soviet and East European Mathematics 1, World Scientific, River Edge, NJ, 1994.
- [6] W. ZÚÑIGA-GALINDO, *Fundamental Solutions of Pseudo-differential operators over  $p$ -adic fields*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova 109, 241-245, 2003.

\*Parcialmente financiado por el Departamento de Matemática de la Universidad de Concepción, e-mail: vburgos@udec.cl

<sup>1</sup>e-mail: jaguayo@udec.cl

<sup>2</sup>e-mail: wazuniga@math.cinvestav.edu.mx

- [7] W. ZÚÑIGA-GALINDO, *Local Zeta Functions, Pseudo-differential Operators and Sobolev-type Spaces over non-Arquimedean Local Fields*, p-adic Numbers, Ultrametric Analysis and applications, Vol.9, No, 4, 314-335, 2017.
- [8] W. ZÚÑIGA-GALINDO, *Pseudo-differential Equations Over non-Arquimedean Spaces*, Springer, 2016.



# Difference Equations of type Volterra: A Qualitative Study

**Mario Choquehuanca\***

*Department of Mathematics and Statistics  
University of La Frontera  
Temuco, Chile*

## Resumen

Let  $\mathbf{X}$  be an arbitrary Banach space. We will study qualitative properties of the Volterra difference equation given by

$$u(n+1) = \lambda \sum_{j=-\infty}^n a(n-j)u(j) + g(n, u), \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (1)$$

where  $\lambda$  is a complex number,  $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C}$ , and  $g$  are appropriate functions.

For this purpose we present a result of  $l^p$ -boundedness of the solution for linear Volterra difference equations, show a solution existence result  $l^p$ -boundedness of the Volterra functional difference equation given by

$$u(n+1) = \lambda \sum_{j=-\infty}^n a(n-j)u(j) + f(n, u_n), \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (2)$$

where  $f : \mathbb{Z} \times \mathcal{B} \rightarrow \mathbf{X}$  is an appropriate function and  $u_n : \mathbb{Z}_- \rightarrow \mathbf{X}$  is the pre-history function

We conclude by mentioning some qualitative properties of the set of solutions of the equation (1) as: Asymptotic behavior, continuity and compactness, also the adaptation of this theory to the Turelli-Hoffman-Schofield model for propagation of Wolbachia bacteria.

Joint work with:

**Claudio Cuevas**, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, Brasil.

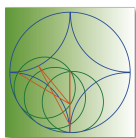
**Herme Soto**, Departamento de Matemática y Estadística, Universidad de la Frontera, Temuco, Chile.

## Referencias

- [1] GRANAS A. AND DUGUNDJI J., Fixed Point Theory, Springer Monographs in Mathematics. New York, 2003.
- [2] HINO Y., MURAKAMI S., NAITO T., Functional Differential Equations with Infinite Delay, Springer-Verlag, (1991).
- [3] SCHOFIELD P., Spatially explicit models of Turelli-Hoffmann Wolbachia invasive wave fronts. *J. Theor. Biol.* 215, (2002), 121-131.

---

\*is partially supported by DIUFRO (Universidad de La Frontera) under Grant DI17-0129, e-mail: mario.choquehuanca@ufrontera.cl



# Linear Response Theory: An Analytic-Algebraic Approach

*Giuseppe De Nittis\**

*Departamento de Matemática Instituto de Física  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Santiago, Chile*

## Resumen

Linear response theory (LRT) is a tool with which one can study the response of systems that are driven out of equilibrium by external perturbations. In this talk I present a modern and systematic approach to LRT by combining analytic and algebraic ideas. The theory is robust and provides a tool to implement LRT for a wide array of systems like periodic and random systems in the discrete and the continuum. The mathematical framework of the theory is outlined firstly: the relevant von Neumann algebras, non-commutative  $L^p$ - and Sobolev spaces are introduced; the notion of isospectral perturbations and the associated dynamics and commutators are studied; their construction is then made explicit for various physical systems (quantum systems, classical waves). The final part is dedicated to a presentation of the proofs of the Kubo and Kubo-Streda formulas. The content of the talk is based on [1].

Joint work with:

**Max Lein**<sup>1</sup>, AIMR, Tohoku University, Sendai, Japan.

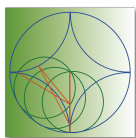
## Referencias

- [1] DE NITTIS, GIUSEPPE; LEIN, MAX, *Linear Response Theory: An Analytic-Algebraic Approach*. SpringerBriefs in Mathematical Physics, Vol. **21**. Springer, Cham, (2017). x+138 pp.

---

\*Partially supported by FONDECYT No.11150143, e-mail: [gidenittis@mat.uc.cl](mailto:gidenittis@mat.uc.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [max.lein@tohoku.ac.jp](mailto:max.lein@tohoku.ac.jp)



# A class of Weierstrass-Enneper lifts of harmonic mappings

*Iason Efraimidis\**

*Facultad de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

Bounds on the Schwarzian derivative of a holomorphic locally univalent function are known to imply the global univalence of the function and its quasiconformal extension to  $\mathbb{C}$ . This theory has been extended to harmonic mappings and their associated minimal surfaces in the works [1] and [2].

Assuming that the holomorphic part of a harmonic mapping has small Schwarzian derivative we find conditions on its dilatation which, in view of a criterion from [2], imply that the Weierstrass-Enneper lift of the mapping is univalent. A similar theorem is proved for harmonic mappings which are shears of holomorphic functions with small Schwarzian derivative and, in this case, tools from [3] allow us to deduce the univalence of the planar harmonic mapping, along with its quasiconformal extension to  $\mathbb{C}$ . We note that, more generally, the conformal map of any quasidisk admits shearings with sufficiently small dilatations.

Joint work with:

**Martin Chuaqui**<sup>1</sup>, Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile.

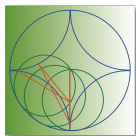
## Referencias

- [1] M. Chuaqui, P. Duren, B. Osgood, The Schwarzian derivative for harmonic mappings, *J. Anal. Math.* **91** (2003), 329-351.
- [2] M. Chuaqui, P. Duren, B. Osgood, Univalence criteria for lifts of harmonic mappings to minimal surfaces, *J. Geom. Anal.* **17** (2007), no. 1, 49-74.
- [3] M. Chuaqui, P. Duren, B. Osgood, Quasiconformal Extensions to Space of Weierstrass-Enneper Lifts, to appear in *J. Anal. Math.* (arXiv: 1304.4198).

---

\*e-mail: [iason.efraimidis@mat.uc.cl](mailto:iason.efraimidis@mat.uc.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by Fondecyt Grant 1150115, e-mail: [mchuaqui@mat.uc.cl](mailto:mchuaqui@mat.uc.cl)



# Systems of Schrodinger equations

*Claudio Fernández\**

*Departamento de Matemática*

*Universidad católica de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

We consider a time-dependent coupled system of Schrödinger equations,

$$i u_t = -\Delta u + V(x)u + g(x)v$$

$$i v_t = -\Delta v + W(x)v + g(x)u$$

both equations in the half line  $x > 0$ , with Dirichlet boundary condition at the origin. We assume that the potential  $V$  and  $W$  and the coupling term  $g$  are real valued bounded functions with compact support.

Let  $k_0$  be a resonance for above system, that is  $\Im k_0 < 0$ , and  $k_0^2 = \lambda - i\epsilon$ , with  $\lambda$  and  $\epsilon$  positive, are such that the corresponding stationary system has a non trivial outgoing solution, the so called resonant solution.

The resonant solution  $\varphi$  is increasing at  $\infty$  so we truncate it to an interval  $[0, R]$  containing the supports of the functions  $V, W$  and  $g$ . After normalization, we obtain a function  $\psi$  which should manifest the resonance phenomenon.

We prove that this is the case from the dynamical point of view, obtaining an approximate exponential decay for the expression,

$$\langle \psi, u(t) \rangle,$$

where  $u(t)$  is the solution with initial value  $\psi$ . We follow a method due to Lavine, who studied resonances for a quantum particle in the half line

Joint work with:

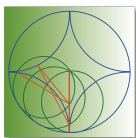
**M.A. Astaburuaga**, PUC, Chile.

**R. Coimbra Charao**, U. Santa Catarina, Brasil.

**G. Perla Menzala**, LNCC, Brasil.

---

\*Partially supported by Fondecyt 1141120, e-mail: [cfernand@mat.uc.cl](mailto:cfernand@mat.uc.cl)



# Lebesgue regularity for nonlocal time-discrete equations with delays

*Claudio Leal*

*e-mail: [claudio.leal@usach.cl](mailto:claudio.leal@usach.cl)*

*Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación*

*Universidad de Santiago de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

In this talk, we provide a new and effective characterization for the existence and uniqueness of solutions for nonlocal time-discrete equations with delays, in the setting of vector-valued Lebesgue spaces of sequences.

This characterization is given solely in terms of the  $R$ -boundedness of the data of the problem, and in the context of the class of  $UMD$  Banach spaces.

Joint work with:

**Carlos Lizama**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

**Marina Murillo-Arcila**<sup>2</sup>, Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I, Castelló de la Plana, Spain.

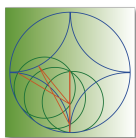
## Referencias

- [1] BLÜNCK, SÖNKE, *Maximal regularity of discrete and continuous time evolution equations*, Studia Math. **146** (2), 157–176.
- [2] DENK, ROBERT; HIEBER, MATTHIAS; PRÜSS JAN,  *$\mathcal{R}$ -boundedness, Fourier multipliers and problems of elliptic and parabolic type*, Mem. Amer. Math. Soc. **166** (788) 2003.
- [3] LEAL, CLAUDIO; LIZAMA, CARLOS; MURILLO-ARCILA, MARINA, *Lebesgue regularity for non-local time-discrete equations with delays*, Submitted.
- [4] LIZAMA, CARLOS; MURILLO-ARCILA, MARINA, *Well posedness for semidiscrete abstract fractional Cauchy problems with finite delay*, J. Comput. Appl. Math. To appear.

---

<sup>1</sup>Partially supported by CONICYT-PIA-Anillo ACT1416 and FONDECYT grant 1140258.  
e-mail: [carlos.lizama@usach.cl](mailto:carlos.lizama@usach.cl)

<sup>2</sup>Supported by MEC, grant MTM2016-75963-P. e-mail: [murillom@uji.es](mailto:murillom@uji.es)



## Resonancias en guías de ondas torcidas

*Pablo Miranda\**

*Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación*

*Universidad de Santiago*

*Santiago, Chile*

### Resumen

En esta charla consideraremos el Laplaciano para una guía de ondas recta, la cual será torcida localmente. Se sabe que tal perturbación no crea nuevos valores propios. Sin embargo, es posible definir una extensión meromorfa de la resolvente del Laplaciano perturbado, la que nos permite mostrar que existe exactamente una resonancia cerca del ínfimo del espectro esencial. Calcularemos también el comportamiento asintótico de esta resonancia, en función del tamaño del torcimiento. Por último daremos una idea de como extender estos resultados para los “umbrales” superiores en el espectro del Laplaciano no perturbado

Trabajo realizado en conjunto con:

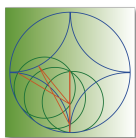
**Vincent Bruenau<sup>1</sup> Nicolas Popoff<sup>2</sup>**

---

\*Parcialmente financiado por Fondecyt 11150865, e-mail: [pablo.miranda.r@usach.cl](mailto:pablo.miranda.r@usach.cl)

<sup>1</sup>Universidad de Burdeos

<sup>2</sup>Universidad de Burdeos



# Radial Solutions for a Class of Non-Local Equations

*H. Prado\**

*Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación*

*Universidad de Santiago de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

The scope of this talk is to show existence of radial solutions and regularity properties for a class of non local equations. We use the theory of Fourier multipliers for constructing suitable domains of the pseudo-differential operators naturally associated to the corresponding equations under consideration. On these domains the operators can be rigorously defined, and we prove existence of solutions belonging to these domains. We also include applications of the theory to equations of physical interest involving the fractional Laplace operator such as the Allen-Cahn equation.

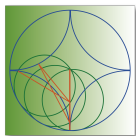
Joint work with:

**M. Bravo**, USACH.

**E.G. Reyes**, USACH.

---

\*Partially supported by FONDECYT grant # 1170571, e-mail: [humberto.prado@usach.cl](mailto:humberto.prado@usach.cl)



# The generalised quantum Harmonic oscillator and its decoherence-free sub-algebra

*Rolando Rebolledo Berroeta\**

*CIMFAV*

*Facultad de Ingeniería*

*Universidad de Valparaíso*

## Resumen

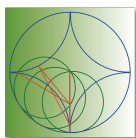
We consider the definition of the generalised Quantum Harmonic Oscillator (QHO) introduced by Bath and Parthasarathy in [2]. It is well-known (see [1]) that all QMS suffers decoherence in its evolution. Loosely speaking, one says that “the quantum evolution becomes classical,” this means that after some time, the dynamics concentrates on a commutative sub-algebra of observables. In [3] we characterized decoherence-free subalgebras where the evolution preserves its quantum structure. In general, these sub-algebras are trivial, nevertheless some physical systems do contain non trivial decoherence sub-algebras. More precisely, the decoherence-free subalgebra is the biggest (non commutative) where the semigroup act as a group of endomorphisms. The conference will show that the generalised QHO has a non trivial decoherence-free subalgebra.

## Referencias

- [1] Blanchard, Ph.; Olkiewicz, R. Decoherence induced transition from quantum to classical dynamics. *Rev. Math. Phys.* 15 (2003), no. 3, 217-243.
- [2] B.V.R. Bhat and K.R. Parthasarathy, Generalized harmonic oscillators in quantum probability, *Sém. Probab.* XXV (1991) 39-51.
- [3] A. Dhahri, F.Fagnola and R. Rebolledo: The Decoherence-free Subalgebra of a Quantum Markov Semigroup with Unbounded Generator. *Infin. Dimens. Anal. Quantum Probab. Relat. Top.* 13 (2010), no. 3, 413-433.
- [4] F.Fagnola and R.Rebolledo: Entropy Production for Quantum Markov Semigroups, *Commun. Math. Phys.* 335, 547-570. ISSN: 0010-3616.(2015)

---

\*e-mail: [rolando.rebolledo@uv.cl](mailto:rolando.rebolledo@uv.cl)



# One-channel operators and a radial transfer matrix approach to spectral theory

*Christian Sadel\**

*Department of Mathematics  
Pontificia Universidad Catolica de Chile  
Santiago, Chile*

## Resumen

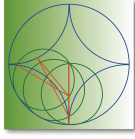
We introduce the notion of a one-channel operator as a generalization of Jacobi operators and show how solutions to the formal eigenvalue equation and the spectral theory can be completely described by analyzing products of  $2 \times 2$  transfer matrices. We use this technique to show existence of absolutely continuous spectrum for Anderson models on certain (partial) antitrees of more than 2-dimensional growth [1, 2]. Inspired from the specific form of these transfer matrices we introduce a general radial transfer matrix approach for finite-hopping Hermitian operators [3]. Instead of solving the eigenvalue equation the transfer matrix products serve as a linearization of a semi-group structure for Greens-function boundary data along 'spheres' starting from some root point. We hope that this technique can help to advance in some of the open problems of spectral theory for disordered systems.

## Referencias

- [1] SADEL, CHRISTIAN, *Anderson Transition at Two-Dimensional Growth Rate on Antitrees and Spectral Theory for Operators with One Propagating Channel*, Annal. Henri Poincare **17** (2016), 1631-1675, DOI: 10.1007/s00023-015-0456-3
- [2] SADEL, CHRISTIAN, *Spectral theory of one-channel operators and application to absolutely continuous spectrum for Anderson type models*, J. Funct. Anal. **274** (2018), 2205-2244, DOI: 10.1016/j.jfa.2018.01.017
- [3] SADEL, CHRISTIAN, *A radial transfer matrix approach for spectral analysis on higher dimensional graphs*, work in progress

---

\*Partially supported by CONICYT, Fondecyt 1161651 and Iniciativa Científica Milenio NC120062



# Asymptotic formulae for solutions of impulsive differential equations with piecewise constant argument of generalized type

**Ricardo Torres Naranjo.\***

*Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas, U. Austral de Chile.  
Valdivia, Chile.*

## Resumen

In the late 70's, *A.D. Myshkis* noticed that there was no theory for differential equations with discontinuous argument of the form  $x'(t) = f(t, x(t), x(h(t)))$ ; where, for example,  $h(t) = [t]$ , and he called these equations *Differential equations with deviating argument*. The systematic study of problems related to piecewise constant argument began early in the 80's with the works of *Cooke*, *Wiener* and *Shah*. They called these type of equations *Differential Equations with Piecewise Constant Argument* (in short *DEPCA*).

*S. Busenberg* and *K.L. Cooke* were the first to introduce a mathematical model that involved such types of deviated arguments in the study of models of vertically transmitted diseases, reducing their study to discrete equations. Since then, these equations have been deeply studied by many researchers of diverse fields like biomedicine, chemistry, biology, physics, population dynamics and mechanical engineering (see [4, 6]).

*M. Akhmet* considered the equation

$$x'(t) = f(t, x(t), x(\gamma(t))),$$

where  $\gamma(t)$  is a *piecewise constant argument of generalized type*, that is, given  $(t_k)_{k \in \mathbb{Z}}$  and  $(\zeta_k)_{k \in \mathbb{Z}}$  such that  $t_k < t_{k+1}$ ,  $\forall k \in \mathbb{Z}$  with  $\lim_{k \rightarrow \pm\infty} t_k = \pm\infty$ ,  $t_k \leq \zeta_k \leq t_{k+1}$  and  $\gamma(t) = \zeta_k$  if  $t \in I_k = [t_k, t_{k+1})$ . These equations are called *Differential Equations with Piecewise Constant Argument of Generalized Type* (in short *DEPCAG*). They have continuous solutions, even when  $\gamma(t)$  is not. In the end of the constancy intervals they produce a recursive law, i.e, a discrete equation. That is the reason why these equations are called *hybrids*, because they combine discrete and continuous dynamics (see [9]).

In the *DEPCAG* case, when continuity at the endpoints of intervals of the form  $I_k = [t_k, t_{k+1})$  is not considered, gives rise to *Impulsive Differential Equations with Piecewise Constant Argument of Generalized Type* (in short *IDEPCAG*)

$$\begin{aligned} x'(t) &= f(t, x(t), x(\gamma(t))), & t &\neq t_k \\ \Delta x(t_k) &= Q_k(x(t_k^-)), & t &= t_k \end{aligned} \quad (1)$$

where  $x(\tau) = x_0$  (see [5, 11]).

This time we study the existence of an asymptotic equilibrium for (1). I.e, strongly based on certain integrability conditions, Gronwall-Bellman type inequality and the Banach's fixed point theorem, we prove that every solution of (1) with initial condition  $x(a) = x_0$  where  $a \geq \tau$  satisfies has the asymptotic formulae

$$x(t) = \xi + \mathcal{O} \left( \sum_{i=1}^3 \int_t^\infty \lambda_i(s) ds + \sum_{t \leq t_k < \infty} (\mu_k^1 + \mu_k^2) \right). \quad (2)$$

\*Partially supported by FONDECYT grant N° 1120709, e-mail: [ricardo.torres@uach.cl](mailto:ricardo.torres@uach.cl)

for some  $\xi \in \mathbb{R}^n$ , where  $\lambda$  and  $\mu$  are Lipschitz constants related to  $f$  and  $Q_k$  respectively. Furthermore, if we consider the systems

$$\begin{aligned} y'(t) &= A(t)y(t) + g(t, y(t), y(\gamma(t))), & t \neq k \\ \Delta y(t_k) &= J_k y(t_k^-) + I_k(y(t_k^-)), & t = k \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} z'(t) &= A(t)z(t), & t \neq k \\ \Delta z(t_k) &= J_k z(t_k^-), & t = k \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (4)$$

then, under some conditions, any solution  $y$  of (3) satisfies the asymptotic formulae

$$x(t) = \Phi(t) [\nu + \epsilon(t)], \nu \in \mathbb{R}^n, \quad \epsilon(t) \rightarrow 0 \quad \text{as } t \rightarrow \infty, \quad (5)$$

where  $\Phi$  is the fundamental matrix of (4). I.e systems (3) and (4) are asymptotically equivalent and

$$y(t) = z(t) + \epsilon_0(t), \quad \epsilon_0(t) \rightarrow 0 \quad \text{as } t \rightarrow \infty.$$

Moreover, asymptotic equivalence includes the case of unbounded solutions.

The results are an extension of [7, 8] for the IDEPCAG case and, in particular, generalize the work done by Bereketoglu in [3] for a general piecewise constant argument. An example of a second order IDEPCAG will be shown.

Joint work with:

**Manuel Pinto**<sup>1</sup>, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile. Santiago, Chile.

## Referencias

- [1] M.U. AKHMET, *Principles of Discontinuous Dynamical Systems*, Springer, New York, Dordrecht, Heidelberg, London, (2010).
- [2] D.D. BAINOV, P.S. SIMEONOV, *Impulsive Differential Equations: Asymptotic properties of the solutions*, World Scientific Publishing, Series on advances in mathematics for applied sciences, vol. 28, (1995).
- [3] H. BEREKETOGLU, G. OZTEPE, *Convergence in an impulsive advanced differential equations with piecewise constant argument*, Bulletin of Mathematical Analysis and Applications, **4**(3) (2012), 57-70.
- [4] F. BOZKURT, *Modeling a tumor growth with piecewise constant arguments*, Discrete Dynamics in Nature and Society, vol. 2013 (2013), Article ID 841764, 8 pages.
- [5] M. PINTO, D. SEPÚLVEDA, R. TORRES, *Exponential periodic attractor of an impulsive Hopfield-type neural network system with piecewise constant argument of generalized type*, (submitted).
- [6] S. KARTAL, *Mathematical modeling and analysis of tumor-immune system interaction by using Lotka-Volterra predator-prey like model with piecewise constant arguments*, Periodical of engineering and natural sciences, **2**(1) (2014), 7-12.
- [7] P. GONZÁLEZ, M. Pinto, *Asymptotic behavior of impulsive differential equations*, Rocky Mountain J. of Math, **26**(1) Winter (1996), 165-173.
- [8] M. PINTO, *Asymptotic equivalence of nonlinear and quasilinear differential equations with piecewise constant argument*, Math. Comp. Model., **49** (2009), 1750-1758.
- [9] M. PINTO, *Cauchy and Green matrices type and stability in alternately advanced and delayed differential systems*, J. Difference of Eqs. Appl., **17**(2) (2011), 235-254.
- [10] M. PINTO, R. TORRES, *Asymptotic equilibrium in impulsive differential equations with piecewise constant argument of generalized type*, (in preparation).
- [11] R. TORRES, *Differential Equations with Piecewise Constant Argument of Generalized Type with Impulses*, Master's thesis, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile, (2015).

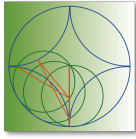
---

<sup>1</sup>Partially supported by FONDECYT grants N° 1120709 and N° 1170466, e-mail: pinto.j.uchile@gmail.com

### **3.3. Análisis Numérico**

#### **Coordinadores:**

- Enrique Otárola, Departamento de Matemática, Universidad Santa María, Valparaíso.
- Pablo Venegas, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío. Concepción.



# A posteriori error estimates for the Stokes problem with singular sources

**A. Allendes,** \*

*Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile.*

## Resumen

We propose a posteriori error estimators for classical low-order inf-sup stable and stabilized finite element approximations of the Stokes problem with singular sources in two and three dimensional Lipschitz, but not necessarily convex, polytopal domains. The designed error estimators are proven to be reliable and locally efficient. On the basis of these estimators we design a simple adaptive strategy that yields optimal rates of convergence for the numerical examples that we perform.

Joint work with:

**E. Otárola**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile.

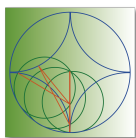
**A. J. Salgado**<sup>2</sup>, Department of Mathematics, University of Tennessee, Knoxville, USA.

---

\*Partially supported by CONICYT through FONDECYT project 1170579, e-mail: [alejandro.allendes@usm.cl](mailto:alejandro.allendes@usm.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by CONICYT through FONDECYT project 3160201, e-mail: [enrique.otarola@usm.cl](mailto:enrique.otarola@usm.cl)

<sup>2</sup>Partially supported by NSF grant DMS-1720213, e-mail: [asalgad1@utk.edu](mailto:asalgad1@utk.edu)



# Mathematical and numerical analysis for advection-reaction-diffusion-Brinkman systems

*Verónica Anaya D.\**

*Departamento de Matemática*

*Universidad del Bío-Bío*

*Concepción, Chile*

## Resumen

We are interested in modelling the interaction of bacteria and certain nutrient concentration within a porous medium admitting viscous flow. The governing equations consist of an advection-reaction-diffusion system representing the bacteria-chemical mass exchange, coupled to the Brinkman problem written in terms of fluid vorticity, velocity and pressure, and describing the flow patterns driven by an external source depending on the local distribution of the chemical species. A priori stability bounds are derived for the uncoupled problems, and the solvability of the full system is analysed using a fixed-point approach. We introduce a primal-mixed finite element method to numerically solve the model equations, employing a primal scheme with piecewise linear approximation of the reaction-diffusion unknowns, while the discrete flow problem uses a mixed approach based on Raviart-Thomas elements for velocity, Nédélec elements for vorticity, and piecewise constant pressure approximations. In particular, this choice produces exactly divergence-free velocity approximations. We establish existence of discrete solutions and show their convergence to the weak solution of the continuous coupled problem. Finally, we report several numerical experiments illustrating the behaviour of the proposed scheme.

Joint work with:

**Mostafa Bendahmane**<sup>1</sup>, Institut de Mathématiques, Université de Bordeaux, Bordeaux, France.

**David Mora**<sup>2</sup>, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

**Ricardo Ruiz-Baier**<sup>3</sup>, Mathematical Institute, University of Oxford, Oxford, United Kingdom.

## Referencias

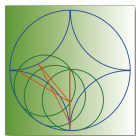
- [1] V. ANAYA, M. BENDAHMANE, D. MORA, AND R. RUIZ-BAIER, *On a vorticity-based formulation for reaction-diffusion-Brinkman system*, Networks and Heterogeneous Media, **13**, (2018), no. 1, 69–94.
- [2] V. ANAYA, D. MORA, R. OYARZÚA, AND R. RUIZ-BAIER, *A priori and a posteriori error analysis of a fully-mixed scheme for the Brinkman problem*, Numer. Math., **133**, (2016), no. 4, 781–817.

\*Partially supported by FONDECYT 11160706 and DIUBB project 165608–3/R, e-mail: [vanaya@ubiobio.cl](mailto:vanaya@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [mostafa.bendahmane@u-bordeaux.fr](mailto:mostafa.bendahmane@u-bordeaux.fr)

<sup>2</sup>Partially supported by FONDECYT 1140791 and DIUBB project 171508 GI/VC, e-mail: [dmora@ubiobio.cl](mailto:dmora@ubiobio.cl)

<sup>3</sup>Partially supported by the EPSRC Research Grant EP/R00207X/1, e-mail: [ruizbaier@maths.ox.ac.uk](mailto:ruizbaier@maths.ox.ac.uk)



# Finite element analysis of a stabilised nonconforming scheme applied to Lamé equations

**Tomás P. Barrios\***

*Departamento de Matemática y Física Aplicadas  
Universidad Católica de la Santísima Concepción  
Concepción, Chile*

## Resumen

It is well known that the convergence rate for the standard displacement method for linear elasticity problem, using continuous linear finite elements deteriorates as the Lamé constants becomes large, i.e., when the elastic material is nearly incompressible. This difficulty can be circumvented via mixed methods based on the Hellinger-Reissner principle, that is, schemes based on the simultaneous approximation of the stress and displacement. In particular, there are modifications of the Hellinger-Reissner functional, in which the symmetry of the stress tensor is enforced weakly in order to ensure simple stable pairs for the stability condition. This option is generally achieved via the introduction of additional unknown which implies an increasing of the degrees of freedom in the final system.

Alternatively, a simple mixed formulation preserving locking free for elasticity problem is studied in Section VI.1 of [1], which search to approximate an additional scalar unknown, called pressure, and the displacements. This formulation looks more cheap than the ones based on Hellinger-Reissner functional, however, it keeps the need to satisfy a discrete inf-sup condition, which implies that it does not available to use any pair of finite element spaces. In particular, for lowest order nonconforming Crouzeix-Raviart element, which, up to the author's knowledge, is the simplest finite element that satisfies the discrete inf-sup stability condition with the piecewise constant pressure space. The main hindrance is that the lowest order nonconforming approach does not satisfy Korn's inequality in the discrete setting (see [3, 2]). Here we present an a-priori error analysis of an stabilisation allowing to circumvent this difficulty

Joint work with:

**J. M. Cascón<sup>1</sup>**, Departamento de Economía e Historia Económica, Universidad de Salamanca, Salamanca, Spain.

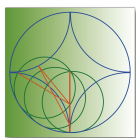
## Referencias

- [1] F. Brezzi and M. Fortin. Mixed and hybrid finite element methods. Springer Series in Computational Mathematics 15, Springer-Verlag, New York, 1991.
- [2] S. C. Brenner. *Korn's inequalities for piecewise  $H^1$  vector fields*. Mathematics of Computation, vol. 73: 1067–1087, 2004.
- [3] P. Hansbo and M. Larson. *Discontinuous Galerkin and the Crouzeix-Raviart element: Applications to elasticity*. M2AN - Mathematical Modelling and Numerical Analysis, vol. 37, pp. 63–72, (2003).

---

\*Partially supported by Fondecyt 1160578, e-mail: [tomas@ucsc.cl](mailto:tomas@ucsc.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [casbar@usal.es](mailto:casbar@usal.es)



# An a priori error analysis for discontinuous Lagrangian finite element method for Stokes problem

**Rommel Bustinza\***

*Departamento de Ingeniería Matemática  
Universidad de Concepción  
Concepción, Chile.*

## Resumen

In this talk we extend the analysis described in a previous work ([2]), and apply it to study a discontinuous mixed formulation for Stokes problems, considering only piecewise discontinuous polynomial approximations for each unknown. One important consequence of the analysis described here is the fact that we can prove that piecewise polynomial ( $\mathbf{P}_r$ ) approximations of functions in  $H(\text{div})$  behave as good as when one deals with the usual Raviart-Thomas ( $RT_r$ ) approximation ones (as in [2]). It is relevant to notice that Raviart-Thomas elements do satisfy the Rham's commutative diagram, which is not our situation, since we are using piecewise Lagrange shape functions for approximation. Numerical examples are included and confirm the theoretical results of this approach.

Joint work with:

**Tomás P. Barrios**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile.

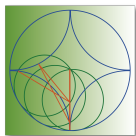
## Referencias

- [1] T.P. BARRIOS AND R. BUSTINZA: *An a priori error analysis for discontinuous Lagrangian finite elements applied to nonconforming dual mixed formulations: Poisson and Stokes problems*. Preprint 2018-16, Centro de Investigación en Ingeniería Matemática y Aplicaciones, Universidad de Concepción, 2018.
- [2] T. P. BARRIOS, R. BUSTINZA AND F. SÁNCHEZ: *Analysis of DG approximations for Stokes problem based on velocity-pseudostress formulation*. Numerical Methods for Partial Differential Equations, vol. 33, 5, pp. 1540-1564. (2017).

---

\*Partially supported by CONICYT-Chile, through the FONDECYT project No. 1160578 and BASAL project (PFB03), CMM, Universidad de Chile; by Centro de Investigación en Ingeniería Matemática (CI<sup>2</sup>MA), Universidad de Concepción; e-mail: [rbustinz@ing-mat.udec.cl](mailto:rbustinz@ing-mat.udec.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by CONICYT-Chile, through the FONDECYT project No. 1160578 and by the Dirección de Investigación, Universidad Católica de la Santísima Concepción, e-mail: [tomas@ucsc.cl](mailto:tomas@ucsc.cl)



# A dPG framework for strongly monotone operators

*Pierre Cantin*\*

*Facultad de Matemática*

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

*Santiago*

## Resumen

We present and analyze a hybrid technique to numerically solve strongly monotone nonlinear problems by the discontinuous Petrov–Galerkin method using optimal test functions. Our strategy is to relax the nonlinear problem to a linear one with additional unknowns and to consider the nonlinear relation as a constraint. We propose to use optimal test functions only for the linear problem and to enforce the nonlinear constraint by penalization. Our scheme can be seen as a minimum residual method with nonlinear penalty term. We prove under appropriate assumptions the well-posedness of the continuous formulation and the quasi-optimal convergence of its discretization. As an application we consider an advection-diffusion problem with nonlinear diffusion of strongly monotone type. Some numerical results in the lowest-order setting are presented to illustrate the predicted convergence.

Joint work with:

**Norbert Heuer**<sup>1</sup>, Facultad de Matemática

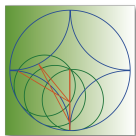
Pontificia Universidad Católica de Chile

Santiago

---

\*Partially supported by FONDECYT Project 3170170, e-mail: [pierre.cantin@mat.uc.cl](mailto:pierre.cantin@mat.uc.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by FONDECYT Project 1150056, e-mail: [nheuer@mat.uc.cl](mailto:nheuer@mat.uc.cl)



# Hybridizable Discontinuous Galerkin method for linear elasticity in curved domains

*Juan Manuel Cárdenas Cárdenas\**  
*Departamento Ingeniería Matemática*  
*Universidad de Concepción*  
*Concepción, Chile*

## Resumen

This work proposes a hybridizable discontinuous Galerkin (HDG) method for the linear elasticity problem in domains  $\Omega$  that are not necessarily polyhedral/polygonal. In particular, we approximate the domain by a polyhedral/polygonal computational domain  $D_h$  where the HDG solution can be computed. The Dirichlet boundary data is suitably transferred from the boundary  $\Gamma := \partial\Omega$  to the computational boundary  $\Gamma_h := \partial D_h$ . We show that the scheme is well-posed. Moreover, we prove a priori error estimates showing that the method is optimal. In addition, we prove that the numerical trace is superconvergent with order  $k + 2$  if the distance between  $\Gamma$  and  $\Gamma_h$  is of order  $h^2$ . On the other hand, if this distance is of order  $h$ , then the numerical trace superconverges with rate  $k + 3/2$ . We validate our theoretical results with numerical experiments in two-dimension.

Joint work with:

**Manuel Solano**<sup>1</sup>, Departamento Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

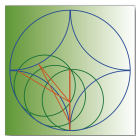
## Referencias

- [1] Cockburn, B. and Solano, M. *Solving Dirichlet boundary-value problems on curved domains by extensions from subdomains*. SIAM J. Sci. Comput. **34**, A497-A519, (2012).
- [2] Cockburn, B., Qiu, W. and Solano, M. *A priori error analysis for HDG methods using extensions from subdomains to achieve boundary-conformity*. Math. of Comp. **83**, 665-699, (2014).
- [3] Cockburn, B and Shi, Ke. *Superconvergent HDG methods for linear elasticity with weakly symmetric stresses*, IMA J. Numer. Anal., **33**, 747-770, (2013).

---

\*Partially supported by Juan Manuel Cárdenas Cárdenas, e-mail: [juanmacardenas@udec.cl](mailto:juanmacardenas@udec.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by Manuel Solano, e-mail: [msolano@udec.cl](mailto:msolano@udec.cl)



# On a mixed method for buoyancy driven double diffusive convection

*Eligio Colmenares\**

*Departamento de Ciencias Básicas*

*Universidad del Bío-Bío*

*Chillán, Chile.*

## Resumen

Natural convection is of paramount interest since it appears in many environmental processes and diverse industrial practical applications. In this talk, I will present a work in progress that extends a previous mixed finite element method for heat driven flows to the more complex and realistic situation in which this phenomena results from buoyancy forces generated not only by temperature differences but also species concentration effects. The model in consideration is written in the Oberbeck-Boussinesq approximation framework; a system given by the incompressible Navier-Stokes equations, and the advection-diffusion equations for describing the underlying hydrodynamic, and the substance concentration and the temperature, respectively. The main features of the approach and the continuous and discrete solvability results obtained so far for the corresponding variational formulation will be presented along with some preliminary numerical experiments suggesting optimal a priori error estimates.

Joint work with:

**Mario Álvarez**<sup>1</sup>, Departamento de Ciencias Naturales, Universidad de Costa Rica, Sede de Occidente, Costa Rica.

**Filánder Sequeira**<sup>2</sup>, Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.

## Referencias

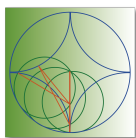
- [1] J. ABEDI, S. ALIABADI, *Simulation of incompressible flows with heat and mass transfer using parallel finite element method*. Electronic Journal of Differential Equations **10**, (2003). 1-11.
- [2] M. ÁLVAREZ, G. N. GATICA AND R. RUÍZ-BAIER, *An augmented mixed-primal finite element method for a coupled flow-transport problem*. ESAIM Math. Model. Numer. Anal. **49**, (2015), no. 5. 1399–1427.
- [3] E. COLMENARES, G. N. GATICA AND R. OYARZÚA, *An augmented fully-mixed finite element method for the stationary Boussinesq problem*. Calcolo, **54**, (2017) no. 1. 167-205.
- [4] E. COLMENARES, G. N. GATICA AND R. OYARZÚA, *Fixed point strategies for mixed variational formulations of the stationary Boussinesq problem*. C.R. Math. Acad. Sci. Paris **354** (2016), no. 1. 57–62.
- [5] G. ALEKSEEV, D. TERESHKO, N. PUKHNACHEV *Boundary control problems for Oberbeck-Boussinesq model of heat and mass transfer*. Advanced Topics in Mass Transfer (2011). 485-512.

---

\* e-mail: ecolmenares@ubiobio.cl

<sup>1</sup> e-mail: mario.alvarezguadamuz@ucr.ac.cr

<sup>2</sup> e-mail: filander.sequeira@una.cr



# A Least-Squares Method for the Obstacle Problem

*Thomas Führer\**

*Facultad de Matemáticas  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Santiago, Chile*

## Resumen

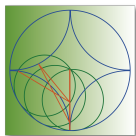
En esta charla presentamos resultados recientes sobre un método del tipo mínimos cuadrados para el problema del obstáculo. Este problema consta en hallar la posición del equilibrio de una membrana forzada a estar sobre un obstáculo dado. Discutimos el problema y su reformulación a un sistema del primer orden. Eso se puede reescribir como un problema de cuadrados mínimos introduciendo una nueva variable que se puede interpretar como fuerza de reacción del obstáculo. Una dificultad que nos enfrenta es que la solución tiene en general una regularidad reducida. Por eso introducimos y analizamos estimadores a posteriori. Finalmente presentamos algunos ejemplos para demostrar la eficiencia de nuestro método propuesto.

## Referencias

- [1] FÜHRER, THOMAS, *First-Order Least-Squares Method for the Obstacle Problem*, arXiv.org **arXiv:1801.09622**, (2018).

---

\*Parcialmente financiado por FONDECYT 11170050, e-mail: [tofuhrer@mat.uc.cl](mailto:tofuhrer@mat.uc.cl)



# Adaptive finite element methods for sparse optimal control problems

**Francisco Fuica\***

*Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile*

## Resumen

We propose and analyze reliable and efficient a posteriori error estimators for an optimal control problem that involves a nondifferentiable cost functional, the Poisson problem as state equation and control constraints. To approximate the solutions to the state and adjoint equations we consider piecewise linear discretizations whereas two different strategies are used to approximate the control variable: piecewise constant discretization and the so-called variational discretization approach. For the first aforementioned solution technique we devise an error estimator that can be decomposed as the sum of four contributions: two contributions that account for the discretization of the control variable and the associated subgradient, and two contributions related to the discretization of the state and adjoint equations. The error estimator for the variational discretization approach is decomposed only in two contributions that are related to the discretization of the state and adjoint equations. On the basis of the devised a posteriori error estimators, we design simple adaptive strategies that yield optimal rates of convergence for the numerical examples that we perform.

Joint work with:

**Alejandro Allendes<sup>1</sup>**, Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile.

**Enrique Otárola<sup>2</sup>**, Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile.

## Referencias

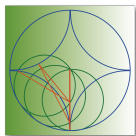
- [1] A. Allendes, F. Fuica, and E. Otárola, *Adaptive finite element methods for sparse PDE-constrained optimization*, submitted.
- [2] E. Casas, R. Herzog, and G. Wachsmuth, *Approximation of sparse controls in semilinear equations by piecewise linear functions*, Numerische Mathematik, 122 (2012), pp. 645–669.
- [3] G. Stadler, *Elliptic optimal control problems with  $L^1$ -control cost and applications for the placement of control devices*, Comput. Optim. Appl., 44 (2009), pp. 159–181.
- [4] G. Wachsmuth and D. Wachsmuth, *Convergence and regularization results for optimal control problems with sparsity functional*, ESAIM Control Optim. Calc. Var., 17 (2011), pp. 858–886.

---

\*Supported by USM through Programa de Incentivos a la Iniciación Científica (PIIC), e-mail: francisco.fuica@sansano.usm.cl

<sup>1</sup>Partially supported by CONICYT through FONDECYT project 1170579, e-mail: alejandro.allendes@usm.cl

<sup>2</sup>Partially supported by CONICYT through FONDECYT project 3160201, e-mail: enrique.otarola@usm.cl



# Análisis de un método de elementos finitos mixtos conservativo para el problema de Navier-Stokes estacionario.

**Carlos Garcia Vera\***

*Departamento de Matemáticas*

*Universidad del Bío- Bío*

*Concepción, Chile*

## Resumen

En este trabajo, proponemos y analizamos un nuevo método de elementos finitos mixtos para el problema de Navier-Stokes estacionario usando espacios de Banach no usuales. Nuestro enfoque se basa en la introducción de un tensor no-lineal de "pseudoesfuerzos,"<sup>el</sup> cual incorpora un término convectivo, con lo que se obtiene una formulación mixta con el tensor de "pseudoesfuerzos" indicado anteriormente y la velocidad como las principales incógnitas del sistema. Hay variables adicionales de interés, tales como la presión, vorticidad y el gradiente de la velocidad del fluido, que pueden ser fácilmente aproximadas por medio de un post-proceso y que mantienen la misma razón de convergencia que las incógnitas principales. Los teoremas de Banach–Nečas–Babuška y el del punto fijo de Banach son las principales herramientas para probar el buen planteamiento del problema continuo. Similarmente, establecemos el buen planteamiento del esquema de Galerkin asociado, junto con la correspondiente estimación de Cea considerando espacios de elementos finitos conformes para cada incógnita. En particular, el esquema de Galerkin asociado puede ser definido usando elementos de Raviart-Thomas de grado  $k$  para el tensor de pseudoesfuerzo y funciones continuas polinomiales a trozos de grado  $k + 1$  para la velocidad, lo cual permite obtener un esquema optimalmente convergente. Además, proporcionamos dos métodos iterativos para resolver el correspondiente sistema de ecuaciones no-lineal y analizar su convergencia. Finalmente, diversos ensayos numéricos ilustran el buen rendimiento del método.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Jessika Camaño**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile.

**Ricardo Oyarzúa**<sup>2</sup>, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

## Referencias

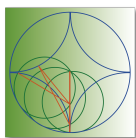
- [1] F. BREZZI AND M. FORTIN, *Mixed and Hybrid Finite Element Methods*. Springer Series in Computational Mathematics, 15. Springer-Verlag, New York, 1991.
- [2] J. CAMAÑO, R. OYARZÚA AND G. TIERRA, *Analysis of an augmented mixed-fem for the Navier-Stokes problem*. Mathematics of Computation, vol. 86, no. 304, pp. 589–615, (2017).

\*Parcialmente financiado por decreto 16/2018, postdoctorado UBB, e-mail: carlos.garcia.vera.ingmath@gmail.com

<sup>1</sup>Financiado parcialmente por CONICYT-Chile por medio de proyecto Fondecyt 11121347, e-mail: jecamano@ucsc.cl

<sup>2</sup>Financiado parcialmente por CONICYT-Chile por medio de proyecto Inserción de Capital Humano Avanzado en la Academia 79130048; y proyecto Fondecyt 11140691, e-mail: royarzua@ubiobio.cl

- [3] J. CAMAÑO, C. MUÑOZ AND R. OYARZÚA, *Numerical analysis of a dual-mixed problem in non-standard Banach spaces*. Electronic Transactions on Numerical Analysis, to appear
- [4] A. ERN AND J.-L. GUERMOND, *Theory and Practice of Finite Elements*. Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, New-York, vol. 159, (2004)
- [5] M. FARHLOUL, S. NICAISE AND L. PAQUET, *A refined mixed finite-element method for the stationary Navier-Stokes equations with mixed boundary conditions* IMA Journal of Numerical Analysis, vol. 28, no. 1, 25–45, (2008).
- [6] M. FARHLOUL, S. NICAISE AND L. PAQUET, *A priori and a posteriori error estimations for the dual mixed finite element method of the Navier-Stokes problem* Numerical Methods for Partial Differential Equations, vol. 25, no. 4, 843–869, (2009).
- [7] V. GIRAULT AND P.-A. RAVIART, *Finite Element Approximation of the Navier–Stokes Equations*. Lecture Notes in Mathematics, 749. Springer-Verlag, Berlin-New York, (1979).
- [8] G.N. GATICA, *A Simple Introduction to the Mixed Finite Element Method. Theory and Applications* Springer Briefs in Mathematics, Springer, Cham Heidelberg New York Dordrecht London, (2014).
- [9] J.S. HOWELL AND N. WALKINGTON, *Dual Mixed Finite Element Methods for the Navier Stokes Equations*. ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, vol. 47, 789–805, (2013).
- [10] A. QUARTERONI AND A. VALLI *Numerical approximation of partial differential equations*. Springer Series in Computational Mathematics, 23. Springer-Verlag, Berlin, 1994.



## Some remarks about ultraweak formulations of the Kirchhoff–Love plate bending problem

*Norbert Heuer\**

*Facultad de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

*Santiago, Chile*

### Resumen

In [1] we have developed and analyzed an ultraweak variational formulation for a variant of the Kirchhoff–Love plate bending model. Based on this formulation, we introduced a discretization of the discontinuous Petrov–Galerkin type with optimal test functions (DPG) and proved the well-posedness of the ultraweak formulation and quasi-optimal convergence of the DPG scheme.

Essential for the analysis is the appropriate treatment of inherent traces, jumps and trace spaces. An essential difficulty stems from the fact that the bending tensor variable has a twice-iterated divergence in  $L_2$  but that its (single) divergence is less regular in general.

In this talk we will discuss this problem and also deal with an extended formulation that involves the so-called rotation (or gradient of the deflection) as an independent unknown.

Joint work with:

**Thomas Führer**

Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile.

**Antti Niemi**

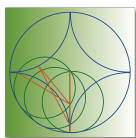
University of Oulu, Finland.

### Referencias

- [1] FÜHRER, THOMAS; HEUER, NORBERT; NIEMI, ANTTI, *An ultraweak formulation of the Kirchhoff–Love plate bending model and DPG approximation*, submitted for publication.

---

\*Partially supported by Fondecyt 1150056, e-mail: [nheuer@mat.uc.cl](mailto:nheuer@mat.uc.cl)



# Polynomial approximation of high-dimensional Hamilton-Jacobi-Bellman equations

*Dante Kalise\**

*Department of Mathematics  
Imperial College London  
London, United Kingdom*

## Resumen

In this talk we present a procedure for the numerical approximation of high-dimensional Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equations associated to optimal feedback control problems for semilinear parabolic equations [1]. Its main ingredients are a pseudospectral collocation approximation of the PDE dynamics, and an iterative method for the nonlinear HJB equation associated to the feedback synthesis [2]. The latter is known as the Successive Galerkin Approximation. It can also be interpreted as Newton iteration for the HJB equation. At every step, the associated linear Generalized HJB equation is approximated via a separable polynomial approximation ansatz. We obtain stabilizing feedback controllers from solutions to the HJB equation for systems of dimension up to fourteen.

Joint work with:

**Karl Kunisch**<sup>1</sup>, Johann Radon Institute for Computational and Applied Mathematics RICAM, and Institute of Mathematics and Scientific Computing, Karl-Franzens University of Graz, Austria.

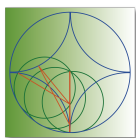
## Referencias

- [1] KALISE, DANTE; KUNISCH, KARL, *Polynomial Approximation of High-Dimensional Hamilton-Jacobi-Bellman Equations and Applications to Feedback Control of Semilinear Parabolic PDEs*, SIAM Journal on Scientific Computing **40** (2)(2018), A629-A652.
- [2] ALLA, ALESSANDRO; FALCONE, MAURIZIO; KALISE, DANTE, *An efficient policy iteration algorithm for dynamic programming equations*, SIAM Journal on Scientific Computing **37**(1)(2015), A181-A200.

---

\*Partially supported by the Imperial College London Fellowship “Multiscale optimal control of collective behaviour phenomena”, e-mail: [dkalise@ic.ac.uk](mailto:dkalise@ic.ac.uk)

<sup>1</sup>Partially supported by the European Research Council Advanced Grant ERC 668998 “From Open Loop to Closed-Loop Control of PDEs”, e-mail: [karl.kunisch@uni-graz.at](mailto:karl.kunisch@uni-graz.at)



# Modelling flotation columns through a conservation law with multiply discontinuous flux

*MCarmen Martí Raga\**

*Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Facultad de Ingeniería  
Universidad Católica de la Santísima Concepción  
Concepción, Chile*

## Resumen

Flotation is a unit operation that is extensively used in the recovery of valuable minerals and coals in mineral processing and related applications. The theory of froth flotation is complex, involving three phases (solids, water, and froth or gas) with many subprocesses. However, essential insight to the hydrodynamics of a flotation column can be obtained by studying just two phases: gas and fluid [2, 3]. In [1], the authors proposed a reformulation of the approach based on the drift-flux theory, as a one-dimensional non-linear conservation law with a multiply discontinuous flux: the unknown is the gas volume fraction as a function of height and time, and the flux function depends discontinuously on spatial position due to feed inlets for gas, feed slurry and wash water. The resulting model adds a new real-world application to the field of conservation laws with discontinuous flux. Steady-state solutions were studied in detail, including their construction by applying appropriate entropy conditions across each flux discontinuity. This analysis leads to operating charts and tables collecting all possible steady states along with some necessary conditions for their feasibility in each case. Numerical experiments showed that the transient model recovers the steady states, depending on the feed rates of the different inlets.

Joint work with:

**Raimund Bürger**<sup>1</sup>, CI<sup>2</sup>MA and Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Stefan Diehl**<sup>2</sup>, Centre for Mathematical Sciences, Lund University, Lund, Sweden.

## Referencias

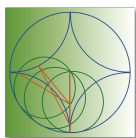
- [1] BÜRGER, R.; DIEHL, S.; MARTÍ, M.C., *A conservation law with multiply discontinuous flux modelling a flotation column*, Netw. Heterog. Media, to appear.
- [2] FINCH, J.A.; DOBBY, G.S., *Column Flotation*, Pergamon Press, London, 1990.
- [3] STEVENSON, P.; FENNELL, P.S.; GALVIN, K.P., *On the drift-flux analysis of flotation and foam fractionation processes*, Canad. J. Chem. Eng. **86**, (2008). 635-642.

---

\*e-mail: [mmarti@ucsc.cl](mailto:mmarti@ucsc.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by Fondecyt project 1170473; CRHIAM, Proyecto Conicyt Fondap 15130015, BASAL project PFB 03, CMM, Universidad de Chile and CI<sup>2</sup>MA, Universidad de Concepción, e-mail: [rburger@ing-mat.udec.cl](mailto:rburger@ing-mat.udec.cl)

<sup>2</sup>e-mail: [stefan.diehl@math.lth.se](mailto:stefan.diehl@math.lth.se)



## Esquema numérico de segundo orden para Leyes de Conservación con flujo restringido

*Yessennia Martínez\**

*Departamento de Matemática*

*Universidad de Bío-Bío*

*Concepción, Chile*

### Resumen

Los problemas de tráfico vehicular con restricción en un punto pueden ser modelados por leyes de conservación con restricción de flujo, una de las ecuaciones diferenciales parciales tipo hiperbólicas que lo representa es

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x f(\rho) = 0, & t > 0, x \in \mathbb{R} \\ \rho(0, x) = \rho_0(x), & x \in \mathbb{R} \\ f(\rho(t, 0)) \leq F(t), & t > 0. \end{cases} \quad (1)$$

El buen planeamiento de este tipo de problemas puede ser llevado a cabo a través de esquemas de primer orden. En esta charla se propone un esquema de segundo orden modificado en los puntos donde actúa la restricción, para que el esquema aproxime mejor a la solución del problema.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Luis Miguel Villada**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

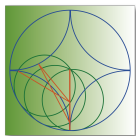
### Referencias

- [1] ANDREIANOV, BORIS; GOATIN, PAOLA; SEGUIN, NICOLAS, *Finite volumen schemes for locally constrained conservation laws*, Numerische Mathematik, Vol. **115**, No. **4**, (2010). 609-645 pp.
- [2] CHALONS, CHRISTOPHE; GOATIN, PAOLA; SEGUIN, NICOLAS, *General constrained conservation laws. Applications to pedestrian flow modeling*, Network and heterogeneous media, Vol. **8**, No. **2**, (2013). 433-463 pp.
- [3] COLOMBO, RINALDO; GOATIN, PAOLA, *A well posed conservation law with a variable unilateral constraint*, Journal of Differential Equations, Vol. **234**, No. **2**, (2007). 654-675 pp.

---

\*Parcialmente financiado por proyecto FONDECYT 11140708, e-mail: [ycmartinez@ubiobio.cl](mailto:ycmartinez@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por proyecto FONDECYT 11140708, e-mail: [lvillada@ubiobio.cl](mailto:lvillada@ubiobio.cl)



# Virtual Elements for a Shear-Deflection Formulation of Reissner-Mindlin Plates

David Mora\*

*Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile;  
and CPMA, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.*

## Resumen

We present a virtual element method for the Reissner–Mindlin plate bending problem which uses shear strain and deflection as discrete variables without the need of any reduction operator. The proposed method is conforming in  $[H^1(\Omega)]^2 \times H^2(\Omega)$  and has the advantages of using general polygonal meshes and yielding a direct approximation of the shear strains. The rotations are then obtained by a simple postprocess from the shear strain and deflection. We prove convergence estimates with involved constants that are uniform in the thickness  $t$  of the plate. Finally, we report numerical experiments which allow us to assess the performance of the method.

Joint work with:

**L. Beirão da Veiga**<sup>1</sup>, Dipartimento di Matematica e Applicazioni, Università di Milano-Bicocca, Milano, Italy.

**G. Rivera**<sup>2</sup>, Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile.

## Referencias

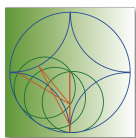
- [1] P.F. ANTONIETTI, L. BEIRÃO DA VEIGA, S. SCACCHI AND M. VERANI, *A  $C^1$  virtual element method for the Cahn–Hilliard equation with polygonal meshes*, SIAM J. Numer. Anal., **54**(1), (2016), pp. 36–56.
- [2] L. BEIRÃO DA VEIGA, F. BREZZI, A. CANGIANI, G. MANZINI, L.D. MARINI AND A. RUSSO, *Basic principles of virtual element methods*, Math. Models Methods Appl. Sci., **23**, (2013), pp. 199–214.
- [3] F. BREZZI AND L.D. MARINI, *Virtual elements for plate bending problems*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., **253**, (2012), pp. 455–462.
- [4] D. MORA, G. RIVERA AND I. VELÁSQUEZ, *A virtual element method for the vibration problem of Kirchhoff plates*, ESAIM Math. Model. Numer. Anal., DOI: 10.1051/m2an/2017041 (2018).

---

\*Partially supported by FONDECYT 1140791 and DIUBB project 171508 GI/VC, e-mail: dmora@ubiobio.cl

<sup>1</sup>e-mail: lourenco.beirao@unimib.it

<sup>2</sup>e-mail: gonzalo.rivera@ulagos.cl



# A stabilised finite element method for the convection-diffusion-reaction equation in mixed form

**Abner H. Poza** \*

*Departamento de Matemática y Física Aplicadas  
Universidad Católica de la Santísima Concepción  
Concepción - Chile*

## Resumen

This work is devoted to the approximation of the convection–diffusion–reaction equation using a mixed, first order, formulation. We propose, and analyse, a stabilised finite element method that allows equal order interpolations for the primal and dual variables. This formulation, reminiscent of the Galerkin least-squares method, is proven stable and convergent. In addition, a numerical assessment of the numerical performance of different stabilised finite element methods for the mixed formulation is carried out, and the different methods are compared in terms of accuracy, stability, and sharpness of the layers for two different classical test problems.

Joint work with:

**Gabriel R. Barrenechea**<sup>1</sup>, Department of Mathematics and Statistics, University of Strathclyde, Scotland, UK.

**Heather Yorston**<sup>2</sup>, Department of Mathematics and Statistics, University of Strathclyde, Scotland, UK.

## Referencias

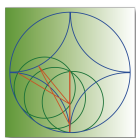
- [1] A. ERN; J.-L. GUERMOND, *Theory and Practice of Finite Elements*. Applied Mathematical Sciences. Springer-Verlag, (2004).
- [2] A. MASUD; J. KWACK, *A stabilized mixed finite element method for the first-order form of advection–diffusion equation*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 57, (2008). 1321-1348.

---

\*This research was partially supported by Dirección de Investigación e Innovación, Universidad Católica de la Santísima Concepción through project DINREG 04/2017, e-mail: apoza@ucsc.cl

<sup>1</sup>e-mail: gabriel.barrenechea@strath.ac.uk

<sup>2</sup>e-mail: heather.yorston@strath.ac.uk



# Estimaciones de error a posteriori para un problema de control óptimo de la ecuación de Stokes

**Daniel Quero\***

*Departamento de matemáticas  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile*

## Resumen

Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ , con  $d \in \{2, 3\}$ , un dominio abierto y acotado, cuya frontera  $\partial\Omega$  es Lipschitz continua con forma poligonal. Consideremos el siguiente problema de control óptimo:

$$\min J(\mathbf{y}, \mathbf{u}) := \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{y}_\Omega\|_{L^2(\Omega)}^2 + \frac{\alpha}{2} \|\mathbf{u}\|_{L^2(\Omega)}^2, \quad (1)$$

sueto a la ecuación de Stokes

$$\begin{cases} -\nu \Delta \mathbf{y} + \nabla p &= \mathbf{f} + \mathbf{u}, & \text{en } \Omega, \\ \nabla \cdot \mathbf{y} &= 0, & \text{en } \Omega, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{0}, & \text{en } \partial\Omega, \end{cases} \quad (2)$$

y a la restricción de caja

$$\mathbf{u}_a \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_b \quad \text{c.t.p. en } \Omega, \quad (3)$$

donde  $\mathbf{f}, \mathbf{y}_\Omega \in [L^2(\Omega)]^d$  son funciones dadas,  $\alpha, \nu$  son parámetros positivos y  $\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b \in \mathbb{R}^d$  son vectores tales que  $\mathbf{u}_a < \mathbf{u}_b$ . En este caso las desigualdades de vectores mencionadas deben entenderse componente a componente.

El propósito de este trabajo es construir y analizar estimadores de error a posteriori para distintos esquemas de elementos finitos que permiten discretizar el problema (1) - (3). En esta charla se comenzará presentando el problema débil de Stokes, junto con distintos esquemas de discretización por elementos finitos (inf - sup estables y estabilizados de bajo orden), para luego presentar el problema de control óptimo y algunos resultados importantes. Posteriormente se exhibirán los pasos que permiten obtener estimadores de error a posteriori, que satisfagan propiedades de confiabilidad y eficiencia, para el error de discretización del problema (1) - (3).

Para finalizar se pretende mostrar algunos resultados numéricos que permitan medir el desempeño de los estimadores de error obtenidos, utilizando un método de resolución adaptativo, basado en los estimadores, y un algoritmo de resolución para el problema de optimización.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Alejandro Allendes**<sup>1</sup>, Departamento de matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile.

**Enrique Otárola**<sup>2</sup>, Departamento de matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Santiago, Chile.

---

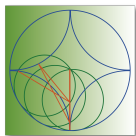
\*e-mail: [daniel.quero@alumnos.usm.cl](mailto:daniel.quero@alumnos.usm.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [alejandros.allendes@usm.cl](mailto:alejandros.allendes@usm.cl)

<sup>2</sup>e-mail: [enrique.otarola@usm.cl](mailto:enrique.otarola@usm.cl)

## Referencias

- [1] A. ALLENDES, F. DURÁN, AND R. RANKIN. *Error estimation for low-order adaptive finite element approximations for fluid flow problems.* IMA J. Numer. Anal., 36(4):1715–1747, 2016.
- [2] J. C. DE LOS REYES. *Numerical PDE-constrained optimization.* Springer Briefs in Optimization, 2015.
- [3] E. DARI, R. DURAN, C. PADRA, AND V. VAMPA. *A posteriori error estimators for nonconforming finite element methods.* RAIRO Modél. Math. Anal. Numér., 30(4):385–400, 1996.
- [4] A. ERN, J. GUERMOND. *Theory and practice of finite elements.* Applied Mathematical Sciences, Volume 159, 2004.
- [5] F. TRÖLTZSCH. *Optimal control of partial differential equations.* American Mathematical Society, Providence, RI, Volume 112, 2010.



# A priori and a posteriori error estimates for a virtual element spectral analysis for the elasticity equations

**Gonzalo Rivera\***

*Departamento de Ciencias Exactas*

*Universidad De Los Lagos*

*Osorno, Chile*

## Resumen

This work presents a priori and a posteriori error analysis of a Virtual Element Method (VEM) to approximate the vibration frequencies and modes of an elastic solid. We propose a variational formulation of the spectral problem relying only on the solid displacement in an  $H^1(\Omega)$ -conforming discretization by means of VEM, which is based on [1] in order to construct a proper  $L^2$ -projection operator, which is used to approximate the bilinear form on the right hand side of the spectral problem. Under standard assumptions on the polygonal meshes, we establish that the resulting VEM scheme provides a correct approximation of the spectrum and prove optimal order error estimates for the eigenfunctions and a double order for the eigenvalues. Since, the VEM has the advantage of using general polygonal meshes, which allows implementing efficiently mesh refinement strategies, we also introduce a residual-type a posteriori error estimator and prove its reliability and efficiency. We use the corresponding error estimator to drive an adaptive scheme. Finally, we report the results of a couple of numerical tests that allow us to assess the performance of this approach.

Joint work with:

**David Mora<sup>1</sup>**, CI<sup>2</sup>MA and Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

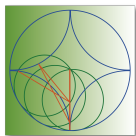
## Referencias

- [1] B. AHMAD, A. ALSAEDI, F. BREZZI, L.D. MARINI AND A. RUSSO, *Equivalent projectors for virtual element methods*, Comput. Math. Appl., 66, (2013), pp. 376–391.
- [2] M. AINSWORTH AND J.T. ODEN, *A posteriori error estimation in finite element analysis*, In: Pure and Applied Mathematics. Wiley, New York (2000).
- [3] I. BABUŠKA AND J. OSBORN, *Eigenvalue problems*, in *Handbook of Numerical Analysis*, Vol. II, P.G. Ciarlet and J.L. Lions, eds., North-Holland, Amsterdam, 1991, pp. 641–787.
- [4] L. BEIRÃO DA VEIGA, F. BREZZI, A. CANGIANI, G. MANZINI, L.D. MARINI AND A. RUSSO, *Basic principles of virtual element methods*, Math. Models Methods Appl. Sci., 23, (2013), pp. 199–214.
- [5] A. CANGIANI, E.H. GEORGIOULIS, T. PRYER AND O.J. SUTTON, *A posteriori error estimates for the virtual element method*, Numer. Math., 137(4), (2017) pp. 857–893.

\*Partially supported by CONICYT-Chile through FONDECYT initiation project 11170534., e-mail: gonzalo.rivera@ulagos.cl

<sup>1</sup>Partially supported by CONICYT-Chile through FONDECYT project 1140791 and by DIUBB through project 171508 GI/VC, Universidad del Bío-Bío, (Chile), e-mail: dmora@ubiobio.cl

- [6] S. MEDDAHI, D. MORA AND R. RODRÍGUEZ, *Finite element spectral analysis for the mixed formulation of the elasticity equations*, SIAM J. Numer. Anal., 51(2), (2010), pp. 1041–1063.
- [7] D. MORA, G. RIVERA AND R. RODRÍGUEZ, *A posteriori error estimates for a virtual element method for the Steklov eigenvalue problem*, Comput. Math. Appl., 74(9), (2017), pp. 2172–2190.
- [8] R. VERFURTH, *A review of a posteriori error estimate and adaptative mesh-refinement techniques*, Wiley-Teubner, Chichester (1996).



# Numerical methods for a High order Nonlinear Schrödinger Equation modelling Fiber Optics

**Mauricio Sepúlveda\***

*DIM and CPMA, Universidad de Concepción, Barrio Universitario s/n  
Concepción, Chile*

## Resumen

In this work we present a Finite Difference scheme used to solve a High order Nonlinear Schrödinger Equation. These equations can model the propagation of solitons travelling in fiber optics, and the behavior of the envelope of the electric field in order to obtain the Kerr effect. The scheme is designed to preserve the numerical  $L^2$  norm and the energy, for a suitable initial condition. We show numerical results displaying conservation properties of the schemes.

Joint work with:

**Marcelo M. Cavalcanti**<sup>1</sup>, DMA, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Paraná Brasil.

**Wellington J. Corrêa**<sup>2</sup>, DAMAT, Universidade Federal Tecnológica de Paraná, câmpus Curitiba, Paraná, Brasil.

**Rodrigo Véjar Asem**<sup>3</sup>, DIM & CI<sup>2</sup>MA, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

## Referencias

- [1] M. Alves, M. Sepúlveda, O. Vera. *Smoothing properties for the higher-order nonlinear Schrödinger equation with constant coefficients*. Nonlinear Analysis, **71** (2009), 948-966 (2009).
- [2] M. Cavalcanti, W. Correa, M. Sepúlveda, Rodrigo Véjar: *Study of stability and conservative numerical methods for a high order nonlinear Schrödinger equation*. Preprint CI<sup>2</sup>MA 2018-03, Universidad de Concepción, Chile. <https://www.ci2ma.udec.cl/publicaciones/prepublicaciones/prepublicacion.php?id=298>.
- [3] M. Delfour, M. Fortin, G. Payre: *Finite-Difference Solutions of a Non-linear Schrödinger Equation*. Journal of Computational Physics **44**, 277-288 (1981).
- [4] R. Hirota. *Exact envelope-soliton solutions of a nonlinear wave equation*. Journal of Mathematical Physics, **14**, 805 (1973)
- [5] Y. Kivshar, B. Malomed.: *Dynamics of solitons in nearly integrable systems*, Reviews of Modern Physics, **61**, no. 4, 763-915 (1989)
- [6] A. F. Pazoto, M. Sepúlveda, O. Vera. *Uniform stabilization of numerical schemes for the critical generalized Korteweg-de Vries equation with damping*. Numerische Mathematik, **116**, 317-356 (2010).

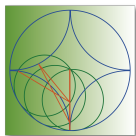
---

\*Partially supported by Fondecyt 1180686, e-mail: mauricio@ing-mat.udec.cl

<sup>1</sup>e-mail: mmcavalcanti@uem.br

<sup>2</sup>e-mail: wcorrea@utfpr.edu.br

<sup>3</sup>Partially supported by CONICYT-PCHA/Doctorado Nacional/2015-21150799, e-mail: rodrigovejar@ing-mat.udec.cl



## Dispersion analysis of HDG methods

*Felipe Vargas Martínez\**

*Departamento de Ingeniería Matemática and Centro  
de Investigación en Ingeniería Matemática (CI<sup>2</sup>MA)  
Universidad de Concepción  
Concepción, Chile*

### Resumen

This work presents a dispersion analysis of the Hybrid Discontinuous Galerkin (HDG) method. Considering the Helmholtz system, we quantify the discrepancies between the exact and discrete wavenumbers. In particular, we obtain an analytic expansion for the wavenumber error for the lowest order Single Face HDG (SFH) method. The expansion shows that the SFH method exhibits convergence rates of the wavenumber errors comparable to that of the mixed hybrid Raviart-Thomas method. In addition, we observe the same behavior for the higher order cases in numerical experiments.

Joint work with:

**Jay Gopalakrishnan**<sup>1</sup>, F. Maseeh Department of Mathematics & Statistics, Portland State University, PO Box 751, Portland, OR 97207-0751, USA.

**Manuel Solano**<sup>2</sup>, Departamento de Ingeniería Matemática and Centro de Investigación en Ingeniería Matemática (CI<sup>2</sup>MA), Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

### Referencias

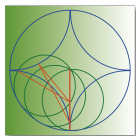
- [1] DERAEMAERKER, A., BABUŠKA, I.M., BOUILLARD, P., *Dispersion and pollution of the FEM solution for the Helmholtz equation in one, two and three dimensions*, International Journal for Numerical Methods in Engineering **46**(4), 471–499 (1999).
- [2] GOPALAKRISHNAN, J., LANTERI, S., OLIVARES, N., PERRUSEL, R., *Stabilization in relation to wavenumber in HDG methods*, Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences **2**(1), 13 (2015).

---

\*Partially supported by Conicyt-Chile through its Scholarship Program, e-mail: [fvargas@ing-mat.udec.cl](mailto:fvargas@ing-mat.udec.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [gjay@pdx.edu](mailto:gjay@pdx.edu)

<sup>2</sup>Partially supported by Conicyt-Chile through Fondecyt project No. 1160320, BASAL project CMM and CI<sup>2</sup>MA, e-mail: [msolano@ing-mat.udec.cl](mailto:msolano@ing-mat.udec.cl)



# *A posteriori* error analysis of an HDG method for the Oseen problem

**Patrick Vega\***

*CI<sup>2</sup>MA and Departamento de Ingeniería Matemática  
Universidad de Concepción  
Concepción, Chile*

## Resumen

In this talk, we will introduce and analyze an *a posteriori* error estimator for a hybridizable discontinuous Galerkin method applied to the gradient-velocity-pressure formulation of the Oseen problem. We establish reliability and local efficiency results of our estimator for the  $L^2$ -error of the velocity gradient and the pressure and the  $H^1$ -error of the velocity. Finally, we provide some numerical experiments showing the quality of our adaptive scheme.

Joint work with:

**Rodolfo Araya<sup>1</sup>**, CI<sup>2</sup>MA and Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción - Chile.

**Manuel Solano<sup>2</sup>**, CI<sup>2</sup>MA and Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción - Chile.

## Referencias

- [1] R. Araya, M. Solano and P. Vega, Analysis of an adaptive HDG method for the Brinkman problem. Preprint 2017-28, Centro de Investigación en Ingeniería Matemática (CI<sup>2</sup>MA), UDEC, (2017).
- [2] A. Cesmelioglu, B. Cockburn, N. C. Nguyen and J. Peraire, Analysis of HDG methods for Oseen equations. *J. Sci. Comput.*, Vol. **55**, pp. 392–431, 2013.
- [3] B. Cockburn and W. Zhang, A posteriori error analysis for hybridizable discontinuous Galerkin methods for second order elliptic problems. *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. **51**, pp. 676–693, 2013.

---

\*Partially supported by Scholarship Program of CONICYT-Chile, e-mail: [pvega@ingomat.udec.cl](mailto:pvega@ingomat.udec.cl)

<sup>1</sup>Partially funded by CONICYT-Chile through grant FONDECYT-1150174, BASAL project CMM, Universidad de Chile and Centro de Investigación en Ingeniería Matemática (CI<sup>2</sup>MA), e-mail: [raraya@ing-mat.udec.cl](mailto:raraya@ing-mat.udec.cl)

<sup>2</sup>Partially funded by CONICYT-Chile through grant FONDECYT-1160320, BASAL project CMM, Universidad de Chile and Centro de Investigación en Ingeniería Matemática (CI<sup>2</sup>MA), e-mail: [msolano@ing-mat.udec.cl](mailto:msolano@ing-mat.udec.cl)



## A Virtual Element Method for Thin Plates

*Iván Velásquez\**

*Departamento de Ingeniería Matemática*

*Centro de Investigación en Ingeniería Matemática (C<sup>2</sup>MA)*

*Universidad de Concepción, Casilla 160-C*

*Concepción, Chile*

### Resumen

In this talk, we develop a virtual element method (VEM) for the vibration problem of thin plates on polygonal meshes. We consider a variational formulation relying only on the transverse displacement of the plate and propose an  $H^2(\Omega)$  conforming discretization by means of the VEM which is simple in terms of degrees of freedom and coding aspects. Under standard assumptions on the computational domain, we establish that the resulting scheme provides a correct approximation of the spectrum and prove optimal order error estimates for the eigenfunctions and a double order for the eigenvalues. Finally, we report several numerical experiments illustrating the behaviour of the proposed scheme and confirming our theoretical results on different families of meshes.

Joint work with:

**David Mora**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Casilla 5-C, Concepción, Chile.

**Gonzalo Rivera**<sup>2</sup>, Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos, Casilla 933, Osorno, Chile.

### Referencias

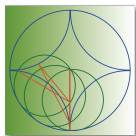
- [1] L. BEIRÃO DA VEIGA, F. BREZZI, A. CANGIANI, G. MANZINI, L. D. MARINI AND A. RUSSO, *Basic principles of virtual element methods*, Math. Models Methods Appl. Sci., **23**(1), (2013), pp. 199–214.
- [2] P. F. ANTONIETTI, L. BEIRÃO DA VEIGA, S. SCACCHI AND M. VERANI, *A  $C^1$  virtual element method for the Cahn–Hilliard equation with polygonal meshes*, SIAM J. Numer. Anal., **54**(1), (2016), pp. 36–56.

---

\*Partially supported by a CONICYT (Chile) fellowship, e-mail: [ivelasquez@ing-mat.udec.cl](mailto:ivelasquez@ing-mat.udec.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by CONICYT (Chile) through FONDECYT project 1140791 and by DIUBB through project 151408 GI/VC, e-mail: [dmora@ubiobio.cl](mailto:dmora@ubiobio.cl)

<sup>2</sup>Partially supported by BASAL Project PFB 03, CMM, e-mail: [gonzalo.rivera@ulagos.cl](mailto:gonzalo.rivera@ulagos.cl)



# Discretization of a linear viscoelastic Timoshenko beam using reduced integration techniques

*Jesus Vellojin\**

*Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile*

## Resumen

In recent years, viscoelastic materials has gained importance in the engineering industry due to their ability to show both, elastic solid and viscous fluid properties. The theory behind this materials is well established and we refer to some remarkable studies such as those from Flugge [1] or Christensen [2] for a deep analysis, numerical methods and solution techniques.

When working with small displacements or linear materials, it is possible to apply the infinitesimal stress theory through the Boltzmann superposition principle. Thus, we can find the constitutive equations integrally or use the mechanical analogs such as the Standard Linear Solid, Maxwell, Kelvin-Voigt or Burger model. It should be noted that most of the current studies in viscoelastic materials are based on some of these mechanical models. In words of Kiasat [3], the best model to represent linear viscoelastic materials is the Boltzmann principle, also known as hereditary integral model, because the material behavior is taken in arbitrary infinitesimal time steps. Although a variety of techniques have been presented in the literature of viscoelastic beams, the finite element and finite difference based models stands out because of their effectiveness in the approximations of the solutions, relying the formulations on the well-known Euler-Bernoulli, Timoshenko, or more recently, the Reddy beam theory.

A frequently path taken by many researchers is to employ the Laplace transform in conjunction with finite elements to transform the temporal variables from a time domain  $t$  to a fictitious domain  $s$  with no convolution integral. A limitation with this procedure is that to obtain a accurate numerical solution, a very efficient inversion is required. Another prominent approach is the correspondence principle, which relates the viscoelastic problem with a similar elastic problem (same geometry and same boundary conditions). However, this approximation is only applicable with very suitable boundary conditions. An example on how this approach can be useful to study the behavior of a beam is found in the works of Martin [7, 8]. The author proposed an algorithm based on the Galerkin's method, the variational iteration method and the Laplace transform techniques to analyze the dynamic behavior of an Euler-Bernoulli beam. Then the quasi-static solution is obtained applying the correspondence principle.

On the other hand, as with elastic materials, viscoelastic structures -like beams or plates- are prone to show locking when the thickness goes to zero. A well-known solution to this issue in the elastic case is to use reduced integration in the finite element approximation. The research carried out by Arnold [4] show the bases to avoid locking on a Timoshenko beam by using a mixed formulation and reduced integration in the shear term. An example of this technique is found in Payette and Reddy [5, 6], who studied a locking-free on a non-linear Euler-Bernoulli and Timoshenko beam subjected to large displacements, moderate rotations and small strains, where the discretization is done using high-order Lagrangian interpolation. A fully dynamical system is obtained using the trapezoidal rule in the time integral.

According to the researches described above, in this work we use a constitutive law in a hereditary form to analyze the dynamic and quasi-static behavior of an isotropic linear viscoelastic

---

\*e-mail: [jesus.vellojin@usm.cl](mailto:jesus.vellojin@usm.cl)

Timoshenko beam model for which a thickness-dependent parameter is introduced. A locking-free finite element formulation using low-order elements is proposed, where the hereditary integral is approximated using a recurrence formula. All the approximations are accompanied with numerical experiments to observe the convergence of the method and the behavior of the system as the beam gets thinner.

Joint work with:

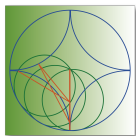
**Erwin Hernandez**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Santiago, Chile.

## Referencias

- [1] FLÜGGE, WILHELM, *Viscoelasticity*, Berlin Google Scholar, (1975).
- [2] CHRISTENSEN, RICHARD, *Theory of viscoelasticity: an introduction*. Elsevier, (2012).
- [3] KIASAT, MS AND ZAMANI, HA AND AGHDAM, MM, *On the transient response of viscoelastic beams and plates on viscoelastic medium*, International Journal of Mechanical Sciences, Elsevier, **83**, (2014). 133-145
- [4] ARNOLD, DOUGLAS N, *Discretization by finite elements of a model parameter dependent problem*, Numerische Mathematik, **37** (3), (1981). 405-421
- [5] PAYETTE, GS AND REDDY, JN, *Nonlinear quasi-static finite element formulations for viscoelastic Euler-Bernoulli and Timoshenko beams*, International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, **26** (12), (2010). 1736-1755
- [6] PAYETTE, GS AND REDDY, JN, *A Nonlinear Finite Element Framework for Viscoelastic Beams Based on the High-Order Reddy Beam Theory*, Journal of Engineering Materials and Technology, **135** (1), (2013). 011005
- [7] MARTIN, OLGA, *Quasi-static and dynamic analysis for viscoelastic beams with the constitutive equation in a hereditary integral form*, Annals of the University of Bucharest, **5**, (2014). 1-13
- [8] MARTIN, OLGA, *A modified variational iteration method for the analysis of viscoelastic beams*, Applied Mathematical Modelling, **40** (17), (2016). 7988-7995

---

<sup>1</sup>e-mail: `erwin.hernandez@usm.cl`



# Reconstrucciones WENO de orden incondicionalmente alto e indicadores de suavidad eficientes

*David Zorío Ventura\**

*Centro de Investigación en Ingeniería Matemática*

*Universidad de Concepción*

*Concepción, Chile*

## Resumen

Este trabajo aborda la pérdida de orden alrededor de puntos críticos que sufren las reconstrucciones WENO comúnmente conocidas en la literatura, mediante un análisis teórico en profundidad. Una vez localizado el foco del problema, proponemos el rediseño de estas reconstrucciones a través de dos alternativas para conseguir el orden óptimo de forma incondicional [1], partiendo en sendos casos del diseño de pesos propuesto por Yamaleev-Carpenter [5]: la primera de ellas consiste en la inclusión de un nodo adicional en el *stencil* de reconstrucción; la segunda de ellas se basa en el cómputo de una cantidad adicional en el *stencil* de nodos original, que es utilizada posteriormente en el cálculo de los pesos no lineales.

Para reconstrucciones de tercer orden, la única alternativa que puede aplicarse es la primera, es decir, añadiendo un nodo adicional en el *stencil*. Asimismo, requiere un diseño de los pesos no lineales diferente, por lo que precisa de un análisis por separado [2]. En este caso particular, la mejora obtenida desde el punto de vista numérico es notable, obteniéndose unos resultados de mayor resolución con un coste computacional similar al de las reconstrucciones WENO de tercer orden tradicionales.

Finalmente, el nuevo diseño de pesos WENO con orden incondicionalmente óptimo permite el uso de indicadores de suavidad más sencillos y eficientes [3] que los típicamente empleados en este tipo de reconstrucciones [4]. Tanto los resultados teóricos como los resultados numéricos arrojan que estos nuevos indicadores de suavidad también generan orden incondicionalmente óptimo y que los resultados numéricos son muy similares a los obtenidos con los indicadores de suavidad tradicionales [4], con un coste computacional inferior.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Antonio Baeza**<sup>1</sup>, Departament de Matemàtiques, Universitat de València, Valencia, España.

**Raimund Bürger**<sup>2</sup>, Centro de Investigación en Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Pep Mulet**<sup>3</sup>, Departament de Matemàtiques, Universitat de València, Valencia, España.

## Referencias

- [1] A. BAEZA, R. BÜRGER, P. MULET, D. ZORÍO, *WENO reconstructions of unconditionally optimal high order*, Preprint.

\*Parcialmente financiado por Proyecto Fondecyt 3170077, e-mail: [dzorio@ci2ma.udec.cl](mailto:dzorio@ci2ma.udec.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Proyecto MINECO MTM2017-83942-P, e-mail: [antonio.baeza@uv.es](mailto:antonio.baeza@uv.es)

<sup>2</sup>Parcialmente financiado por Proyecto Fondecyt 1170473 y Proyecto BASAL PFB03 CMM, e-mail: [rburger@ing-mat.udec.cl](mailto:rburger@ing-mat.udec.cl)

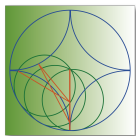
<sup>3</sup>Parcialmente financiado por Proyecto MINECO MTM2017-83942-P, e-mail: [pep.mulet@uv.es](mailto:pep.mulet@uv.es)

- [2] A. BAEZA, R. BÜRGER, P. MULET, D. ZORÍO, *Efficient third order WENO scheme with unconditionally optimal accuracy*, Preprint.
- [3] A. BAEZA, R. BÜRGER, P. MULET, D. ZORÍO, *On the efficient computation of smoothness indicators for optimal-order WENO reconstructions*, Preprint.
- [4] G.S. JIANG AND C.-W. SHU, *Efficient implementation of Weighted ENO schemes*, J. Comput. Phys **126**, (1996). 202–228.
- [5] N. K. YAMALEEV, M. H. CARPENTER: *A systematic methodology to for constructing high-order energy stable WENO schemes*, J. Comput. Phys. **228**(11), (2009). 4248–4272.

### **3.4. BioMatemática**

#### **Coordinador:**

- Rodrigo del Valle, Departamento de Matemáticas, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca.



# Análisis de Estabilidad para un Sistema Biológico de Coexistencia de Tres Especies con Capturas

*Erica Cruz Rivera\**

*Departamento de Matemáticas*

*Universidad del Valle*

*Cali, Colombia*

## Resumen

En este trabajo daremos condiciones para la existencia de puntos de equilibrio y analizaremos su estabilidad en el caso de un sistema biomatemático que describe la coexistencia de tres especies  $x, y, z$ , en donde la población  $z$  depreda las poblaciones  $x$  y  $y$ , la población  $y$  depreda a la población  $x$ , y a su vez la población  $x$  afecta de forma negativa el crecimiento de la población  $y$ . Un ejemplo que ilustra esta coexistencia ocurre cuando interactúan especies como fitoplancton, zooplancton y peces en un habitat. En este caso, el zooplancton es afectado de forma negativa por envenenamiento por el fitoplancton. En el modelo de coexistencia propuesto incluimos además el efecto de las capturas de la especie  $z$  dada por la función de capturas [1]

$$h = uz \quad (1)$$

donde  $u$  representa el esfuerzo de capturas. El sistema de coexistencia con las características expuestas se puede describir mediante las ecuaciones de primer orden,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = G(x) - \frac{\beta xy}{\alpha + x} - \frac{\gamma xz}{\alpha + x} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{\beta_1 xy}{\alpha + x} - \frac{\rho xy}{\alpha + x} - \frac{\gamma_1 yz}{\alpha + x} - dy \\ \frac{dz}{dt} = \frac{Sxz}{\alpha + x} + \frac{S_1 yz}{\alpha + x} - \delta z - uz \end{cases} \quad (2)$$

La dinámica de la población de fitoplancton está regulada por una función  $G \in C^2$  cóncava,  $G(x) > 0$ , con  $G(0) = G(K) = 0$  ( $K$  representa la capacidad de carga de la población de fitoplancton) y consideraremos en este modelo de coexistencia una respuesta funcional Holling tipo II. [2]

Es importante resaltar que la dinámica del sistema de coexistencia con capturas, aún en el caso sencillo en que  $u$  sea una cantidad constante positiva, es muy distinta al caso sin capturas ( $u = 0$ ) en el sentido que la característica de los puntos de equilibrio dependen del tamaño de  $u$ .

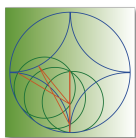
El sistema de coexistencia de tres especies considerado es más general que el modelo estudiado por P. Panja, S. K. Mondal [3] en donde no se considera la extracción de recursos ( $u = 0$ ) y la función  $G$  es la función logística

$$G(x) = r \left( x - \frac{x^2}{K} \right).$$

\*Parcialmente financiado por la Universidad de Chile bajo el proyecto de investigación **UCH-1566** y el posgrado en Ciencias-Matemáticas de la Universidad del Valle (Cali-Colombia), e-mail: [erica.cruz@correounivalle.edu.co](mailto:erica.cruz@correounivalle.edu.co)

## Referencias

- [1] CLARK, COLIN, *Mathematical bioeconomics: optimal management of renewable resources*, John Wiley & Sons, New York, USA (1990).
- [2] HOLLING, CRAWFORD STANLEY, *The functional response of predators to prey density and its role in mimicry and population regulation*. The Memoirs of the Entomological Society of Canada. **97** (S45), Cambridge University Press (1965). 5–60.
- [3] PANJA, PRABIR; MONDAL, SHYAMAL KUMAR, *Stability analysis of coexistence of three species prey–predator model*. Nonlinear Dynamics, **81** (2015). 373–382.



## About populations and variable habitat in size: A delay differential equation.

**Fernando Córdova-Lepe\***

*Facultad de Ciencias Básicas*

*Universidad Católica del Maule*

*Talca, Chile*

### Resumen

We consider a model with variable carrying capacity. At each moment, this capacity decreases at a rate proportional to the population abundance of that moment (habitat destruction), but grows at a rate proportional to its past abundance (delayed habitat construction). A case with logistic growth takes the form:

$$\begin{cases} x'(t) &= r x(t) \left[ 1 - \frac{x(t)}{K(t)} \right] \\ K'(t) &= \gamma x(t - \tau) - \delta x(t) \end{cases},$$

where  $x(\cdot)$  and  $K(\cdot)$  represents respectively population abundance and carrying capacity in time and  $r$  the intrinsic rate of growth. The parameters  $\gamma$  and  $\delta$  represent the contribution per individual to more and less capacity per unit of time. Advances in the analysis of the dynamics of the model will be presented, but also interpreted.

Work done in conjunction with:

**Daniel Sepúlveda** <sup>2</sup> Departamento de Matemática, Universidad Tecnológica Metropolitana, Santiago, Chile.

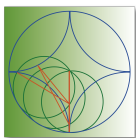
**Rodrigo Del Valle** <sup>3</sup> Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

### Referencias

- [1] MEYER, PERRIN S.; AUSUBEL, JESSE H., *Carrying Capacity: A Model with Logistically Varying Limits*, Technological Forecasting and Social Change **61** (3), (1999). 209-214.
- [2] SMITH, H. *An introduction to delay differential equations with applications to the life sciences*. Texts in Applied Mathematics, Vol. **57**. Springer, New York-Heidelberg, (2011). xi+172 pp.
- [3] YUKALOV, V.I.; YUKALOVA, E.P.; AND SORNETTE, D., *Punctuated evolution due to delayed carrying capacity*, Physica D: Nonlinear Phenomena **238** (17), (2009). 1752-1767.

---

\*e-mail: fcordova@ucm.cl



## Estudio de un modelo de reacción-difusión con aplicaciones a sistemas de enzimas inmovilizadas

*Diego Gajardo\**

*Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile*

### Resumen

En esta charla presentaremos un sistema de reacción-difusión como modelo de la dinámica evolutiva de la concentración de sustrato al interior de una partícula biocatalizadora inmovilizada en un soporte poroso, introducido en ([1]). Dicho sistema lo constituyen la ecuación diferencial parcial  $S_t = D_e \Delta S - \frac{V_{max} S}{K_m + S}$  más una condición de frontera descrita mediante una ecuación diferencial ordinaria. En primer lugar mostraremos que el sistema en cuestión posee una única solución que depende continuamente respecto de los datos. Luego, planteamos un problema inverso de recuperar los parámetros cinéticos  $V_{max}$  y  $K_m$  que aparecen en el modelo a partir de ciertas mediciones experimentales. El conocimiento de estos parámetros permite a los experimentadores obtener información útil para el diseño de biorreactores como lo son la optimización de la productividad y la maximización de la utilidades del proceso. Formulamos este problema inverso como un problema de minimización de un funcional que nos da una noción de distancia entre la medición experimental y la solución del problema directo para cada elección de los parámetros. Finalmente, a fin de usar el método del gradiente para resolver numéricamente el problema, calculamos la derivada del funcional usando el método adjunto ([2]).

Trabajo realizado en conjunto con:

**Alberto Mercado**, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile, e-mail: [alberto.mercado@usm.cl](mailto:alberto.mercado@usm.cl).

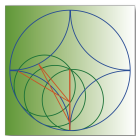
**Pedro Valencia**, Departamento de Ingeniería Química y Ambiental, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile, e-mail: [pedro.valencia@usm.cl](mailto:pedro.valencia@usm.cl).

### Referencias

- [1] VALENCIA, PEDRO; FLORES, SEBASTIAN; WILSON, LORENA; ILLANES, ANDRÉS, *Effect of particle size distribution on the simulation of immobilized enzyme reactor performance*, Biochemical Engineering Journal **49**, (2010). 256-263.
- [2] HINZE, MICHAEL; PINNAU, RENE; ULBRICH, MICHAEL; ULBRICH, STEFAN, *Optimization with PDE Constraints*, Springer, (2009).

---

\*Parcialmente financiado por Proyecto Fondecyt 1171712 y Proyecto UTFSM 216.12.2, e-mail: [diego.gajardom@alumnos.usm.cl](mailto:diego.gajardom@alumnos.usm.cl)



# Control óptimo para un proceso de digestión anaerobia: Maximización de biogás

**Pedro Gajardo\***

*Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso, Chile*

## Resumen

En esta charla, presentaremos el problema de maximizar la producción de biogás (metano) en un biorreactor de digestión anaerobia, operado de manera continua (quimiostato, [2]). Dicho proceso, se representa por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con cuatro variables de estado (dos poblaciones de microorganismos y dos tipos de sustrato) y un control (tasa de dilución) que interviene de manera lineal, de acuerdo al modelo introducido en [1], donde dos procesos en cascada (acidogénesis y metanogénesis) son representados. El problema se aborda en dos etapas: (i) Encontrar la tasa de dilución que maximice la producción de biogás al equilibrio; (ii) Determinar el control que lleve el sistema al estado de equilibrio óptimo en tiempo mínimo. En la primera etapa, se obtienen resultados poco intuitivos, los cuales numéricamente han sido reportados en la literatura [3], como el hecho de que el equilibrio óptimo no consista en la coexistencia de ambos microorganismos. En la segunda etapa, se hace una reducción a un sistema de dos variables de estado y se aplica el principio del máximo de Pontryagin, junto con técnicas de control geométrico para determinar la estrategia óptima de operación, que mostrará la presencia de turnipikes (llegar lo más rápido posible a un arco singular), anti-turnipikes y cut locus, esto último debido a la no unicidad de soluciones en una región del espacio de estado.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Térence Bayen**<sup>1</sup>, Université de Montpellier, Montpellier, Francia

**Olivier Cots**<sup>2</sup>, Université de Toulouse & CNRS, Toulouse, Francia.

## Referencias

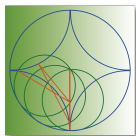
- [1] BERNARD, O., HADJ-SADOK, Z., DOCHAIN, D., GENOVESI, A., AND STEYER, J.-P. Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process. *Biotechnology and bioengineering* 75, 4 (2001), 424–438.
- [2] SMITH, H. L., AND WALTMAN, P. *The theory of the chemostat*, vol. 13 of *Cambridge Studies in Mathematical Biology*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995. Dynamics of microbial competition.
- [3] WEEDERMANN, M., WOLKOWICZ, G. S., AND SASARA, J. Optimal biogas production in a model for anaerobic digestion. *Nonlinear Dynamics* 81, 3 (2015), 1097–1112.

---

\*Parcialmente financiado por FONDECYT N 1160567, e-mail: [pedro.gajardo@usm.cl](mailto:pedro.gajardo@usm.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [tbayen@math.univ-montp2.fr](mailto:tbayen@math.univ-montp2.fr)

<sup>2</sup>e-mail: [olivier.cots@enseeiht.fr](mailto:olivier.cots@enseeiht.fr)



# Una condición necesaria para el problema de control de un sistema ecológico mediante el formalismo de Dubovitskii–Milyutin

**Fernando Huanca**\*

*GMA, Departamento de Ciencias Básicas,*

*Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío,*

*Campus Fernando May, Chillán, y Departamento de Matemáticas, UTA, Arica-Chile.*

## Resumen

En este trabajo obtenemos las condiciones, bajo las cuáles el modelo propuesto en [1], admite una condición necesaria óptima, para lo cual estudiamos el problema de control para este sistema ecológico, conformado por una especie de plaga, un depredador y una planta, donde sus densidades en el tiempo  $t$  y la posición  $x \in \Omega \subset \mathbb{R}^d, d \leq 3$  son denotadas por  $y_1(x, t), y_2(x, t), y_3(x, t)$ , respectivamente y cuya dinámica queda descrita mediante el siguiente sistema de reacción-difusión

$$\left. \begin{aligned} \partial_t y_1 - \alpha_1 \Delta y_1 &= y_1(a_1 - b_1 y_2 + c_1 y_3 - u) & , \quad (t, x) \in Q \\ \partial_t y_2 - \alpha_2 \Delta y_2 &= y_2(-a_2 + b_2 y_1) & , \quad (t, x) \in Q \\ \partial_t y_3 &= y_3(a_3 - b_3 y_1) & , \quad (t, x) \in Q \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

con condiciones de frontera homogéneas de Neumann

$$\frac{\partial y_1}{\partial \nu} = \frac{\partial y_2}{\partial \nu} = 0, \quad (t, x) \in \Sigma = (0, T) \times \partial\Omega, \quad (2)$$

y con condiciones iniciales

$$y_i(0, x) = y_i^0(x) > 0, x \in \Omega, i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

donde  $Q = (0, T) \times \Omega$

## 1. Resultados principales

Los principales resultados del trabajo son la existencia de una solución global óptima y las condiciones necesarias para la optimalidad local, mediante la aplicación del formalismo Dubovitskii–Milyutin.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Anibal Coronel**<sup>1</sup>, GMA, Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío, Campus Fernando May, Chillán, Chile,

**Luis Friz** GMA Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío, Campus Fernando May, Chillán, Chile, e-mail: [lfriz@ubiobio.cl](mailto:lfriz@ubiobio.cl),

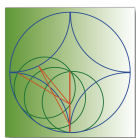
**Marko Rojas-Medar** Instituto de Alta Investigación Matemática, Universidad de Tarapacá de Arica, Arica, Chile, e-mail: [marko.medar@gmail.com](mailto:marko.medar@gmail.com).

\*Parcialmente financiado por el Proyecto GI 153209/C, Universidad del Bío-Bío, Chile, e-mail: [fihuanca@gmail.com](mailto:fihuanca@gmail.com)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por el Proyecto GI 153209/C (Universidad del Bío-Bío, Chile), e-mail: [acoronel@ubiobio.cl](mailto:acoronel@ubiobio.cl)

## Referencias

- [1] N. C. APREUTESEI, *An optimal control problem for pest, predator, and plant system*, Nonlinear Analysis: Real World Applications **13**, (2012), 1391-1400.
- [2] V. ANAYA, M. BENDAHMANE, M. LANGLIS, AND M. SEPÚLVEDA, *A convergent finite volume for a model of indirectly transmitted diseases with nonlocal cross-diffusion*, Computers and Mathematics with Applications **70(2)**, (2015), 132-157.
- [3] M. BENDAHMANE, *Analysis of a reaction-diffusion system modeling predator-prey with prey-taxis*, Networks and Heterogeneous Media **3(4)**, (2008), 863-879.
- [4] W. E. FITZGIBBON, M. LANGLAIS, J. J. MORGAN, *A mathematical model for indirectly transmitted diseases*, Math. Biosci. **206(2)**, (2007), 233-248.
- [5] I.V. GIRSANOV, *Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol.67. Springer-Verlag, Berlin-New York, 1972.
- [6] X. HUILI, L. BIN, *Solving the inverse problem of an SIS epidemic reaction-diffusion model by optimal control methods*, Computers and Mathematics with Applications **70**, (2015), 805-819.



## Optimal control in a chemostat with variable input substrate rate

**Alejandro Rojas-Palma\***

*Departamento de Matemática, Física y Estadística  
Universidad Católica del Maule  
Talca, Chile.*

### Resumen

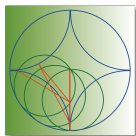
In this work a system of Monod type is proposed and analyzed which models the dynamics in a chemostat between a microorganism and a substrate from which it feeds. The classical chemostat model considers a constant input substrate, however, some authors have also considered it as a control variable as well as the dilution rate. In this paper we will consider the classical chemostat model, modified by considering the input substrate rate as a generic function dependent on the substrate. The main goal is to study the problem of maximizing productivity through optimal control techniques and determine if there are significant improvements under these assumptions.

### Referencias

- [1] BASTIN, G. AND DOCHAIN, D., *On-line estimation and adaptive control of bioreactors*. Elsevier, Amsterdam; 1990.
- [2] MAIRET, F., RAMÍREZ, H. AND ROJAS-PALMA. A., *Modeling and stability analysis of a microalgal pond with nitrification*. Applied Mathematical Modelling **51** (2017), 448–468.
- [3] MONOD, J., *La technique de la culture continue: Theorie et applications*. Annales de l'Institut Pasteur **79** (1950), 390–410.
- [4] PONTRYAGIN L.S., BOLTYANSKY V.G., GAMKRELIDZE, R.V. AND MISHCHENKO E.F., *Mathematical Theory of Optimal Processes*. Wiley-Interscience, New York; 1962.
- [5] SMITH, H. L., AND WALTMAN, P. *The Theory of the Chemostat*. Cambridge University Press, (1995). Cambridge Books Online.

---

\*e-mail: amrojas@ucm.cl



# Patterns formation in a predator-prey system with quadratic mortality in habitat complexity

*Luis-Miguel Villada\**

*Department of Mathematics*

*University of Bío-Bío*

*Concepción, Chile.*

## Resumen

The study of spatial pattern formation through diffusion-driven instability of reaction-diffusion models of interacting species is one of the fundamental problems in mathematical ecology. In this talk, we present the effects of the spatial diffusion in the pattern formation of a predator-prey system with habitat complexity [1] and quadratic mortality rate [2]. The essential conditions for Hopf-Turing bifurcations are derived on the spatial domain. The parameters space for Turing spatial structure is established. Based on the bifurcation analysis, the spatial patterns formation in Turing space through numerical simulation is carried out in order to study the evolution procedure of the proposed model system in the vicinity of the coexistence equilibrium point.

Joint work with:

**Dante Carrasco**<sup>1</sup>, Department of Mathematics, University of Bío-Bío. Concepción, Chile.

**Veronica Anaya**<sup>2</sup>, Department of Mathematics, University of Bío-Bío. Concepción, Chile.

**Gladis Torres**<sup>3</sup>, University of Bío-Bío. Concepción, Chile.

## Referencias

- [1] G. Santu and S. Poria. *Turing patterns induced by cross-diffusion in a predator-prey systems in presence of habitat complexity*. Chaos, Solitons and Fractals, **91** (2016), 421–429.
- [2] G. Santu, and S. Poria. *Emergent impacts of quadratic mortality on pattern formation in a predator-prey system*. Nonlinear Dynamics 87, no. 4 (2017): 2715–2734.
- [3] V. Anaya, D. Carrasco, G. Torres and L-M. Villada. *Patterns formation in a predator-prey system with quadratic mortality in habitat complexity*. In progress.
- [4] JD Murray. Mathematical biology. Springer, Berlin.

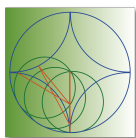
---

\*Partially supported by FONDECYT project 1181511, e-mail: [lvillada@ubiobio.cl](mailto:lvillada@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by FONDECYT project 1181061, e-mail: [dcarrasc@ubiobio.cl](mailto:dcarrasc@ubiobio.cl)

<sup>2</sup>Partially supported by FONDECYT project 11160706 e-mail: [vanaya@ubiobio.cl](mailto:vanaya@ubiobio.cl)

<sup>3</sup>e-mail: [gtorres@ubiobio.cl](mailto:gtorres@ubiobio.cl)



# Modelo que predice un umbral fisiológico para la extinción de la rana fósil viviente *Calyptocephalella gayi*

**Francisco Novoa Muñoz\***

*Departamento de Estadística*

*Universidad del Bío-Bío*

*Concepción, Chile*

## Resumen

El cambio climático global tendrá un mayor impacto en ectotermos de las comunidades tropicales y subtropicales que en las latitudes más altas, porque las temperaturas ambiente están más cerca de los límites térmicos superiores de las especies. Las especies de anfibios son altamente dependientes de las condiciones climáticas externas, y el efecto del calentamiento global sobre estos ha sido evaluado recientemente. La Gran rana chilena (*Calyptocephalella gayi*) es una especie endémica, monotípica y género cuyo estado de conservación se considera Vulnerable debido a la alta presión de extracción para el consumo humano, la falta de medidas regulatorias y la comprensión por parte de sus consumidores. Sus poblaciones también han disminuido debido a la pérdida y destrucción de sus hábitats. *C. gayi* no se ha considerado como un objeto de estudio fisiológico, por lo que esta especie grande no se conoce como una que se puede adaptar a los cambios ambientales actuales. En este estudio analizamos la capacidad termorreguladora y la eficiencia térmica de *C. gayi* para determinar su potencial para la adaptación climática.

Los resultados indican que esta especie es estrictamente un conformador térmico; su eficiencia térmica y su capacidad para soportar altas temperaturas le permiten mantenerse bajo un escenario de cambio climático, sin embargo, tiene restricciones térmicas que no le permiten soportar temperaturas superiores a 30°C. Al modelar matemáticamente sus condiciones ontogénicas, proyectamos que las larvas no están en peligro, aunque hay un grupo de alrededor del % que está muy cerca de los 30°C, que es la temperatura más alta registrada para la especie. Sin embargo, alrededor del 40 % de los subadultos y aproximadamente el 47 % de las ranas adultas no sobrevivirán al cambio de aproximadamente 7°C proyectado para los siguientes 85 años, lo que afectará a las generaciones futuras.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Marcela A. Vidal**<sup>1</sup>, Depto. de Ciencias Básicas, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

## Referencias

- [1] DEUTSCH, C.A., TEWKSBURY, J.J., HUEY, R.B., SHELDON, K.S., GHALAMBOR, C.K., HAAK, D.C., MARTIN, P.R., *Impacts of climate warming on terrestrial ectotherms across latitude*, Proc. Nat. Acad. Sci. USA **105**, (2008). 66686672

\*Parcialmente financiado por Grupo de Matemática Aplicada GI 172409/C de la Universidad del Bío-Bío, e-mail: [fnovoa@ubiobio.cl](mailto:fnovoa@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Proyecto Conicyt 79090026, e-mail: [mavidal@ubiobio.cl](mailto:mavidal@ubiobio.cl)

- [2] IPCC, 2014, *Cambio climático 2014: Impactos, adaptación y vulnerabilidad Resumen para responsables de políticas. Contribución del Grupo de trabajo II al Quinto Informe de Evaluación del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático* [Field, C.B., V.R. Barros, D.J. Dokken, K.J. Mach, M.D. Mastrandrea, T.E. Bilir, M. Chatterjee, K.L. Ebi, Y.O. Estrada, R.C. Genova, B. Girma, E.S. Kissel, A.N. Levy, S. MacCracken, P.R. Mastrandrea y L.L. White (eds.)]. Organización Meteorológica Mundial, Ginebra, Suiza, 34 págs. (en árabe, chino, español, francés, inglés y ruso).
- [3] SINCLAIR, B.J., MARSHALL, K.E., SEWELL, M.A., LEVESQUE, D.L., WILLETT, C.S., SLOTSBO, S., DONG, Y., HARLEY, C.D.G., MARSHALL, D.J., HELMUTH, B.S., HUEY, R.B., *Can we predict ectotherm responses to climate change using thermal performance curves and body temperatures?*, Ecology Letters **19**, (2016). 13721385



## and death population networks and their diffusion approximation

*Rolando Rebolledo Berroeta\**

*CIMFAV*

*Facultad de Ingeniería*

*Universidad de Valparaíso*

### Resumen

The great diversity of relations existing in living entities represents an interesting mathematical challenge, to which different well-established theories look forward to providing suitable models. Population networks are among the most popular approaches and models, for instance, in Ecology. Nevertheless, most of these applications, are built up based on systems of ordinary differential equations, the paradigm of a closed system dynamics. So that, to mimic at least partially, a more complex behavior, a number of researchers prefer to use birth and death stochastic processes to model the dynamics of a given population.

That kind of models allows, in effect, to start thinking the system of living entities in a richer relation with the environment, that the set of deterministic equations is unable to reflect. That is, the stochastic approach is consistent with an open system view on population dynamics.

However, like in the analysis of the evolution of a set of species in terms of the Neutral Theory of Biodiversity, it is important to deal with different time and space scales to obtain a biomass behavioral pattern, independent of specific times and places.

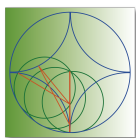
The conference will report a method seeking for adequate rescaling in a multidimensional birth and death population network providing a limit consisting of diffusion processes on a graph. This method allows to integrate population genetics and community ecology, in particular (see [2]).

### Referencias

- [1] R. Rebolledo: *La méthode des martingales appliquée à l'étude de la convergence en loi de processus*. Mémoires de la Société Mathématique de France, 62 (1979), pp. 1-129.
- [2] P.A. Marquet, G. Espinoza, S.R. Abades, A. Ganz and Rolando Rebolledo: On the proportional abundance of species: Integrating population genetics and community ecology. Nature-Scientific Reports, 2017, 7:16815, DOI:10.1038/s41598-017-17070-1

---

\*e-mail: [rolando.rebolledo@uv.cl](mailto:rolando.rebolledo@uv.cl)



# Optimal control in a chemostat with variable input substrate rate

**Alejandro Rojas-Palma\***

*Departamento de Matemática, Física y Estadística  
Universidad Católica del Maule  
Talca, Chile.*

## Resumen

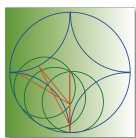
In this work a system of Monod type is proposed and analyzed which models the dynamics in a chemostat between a microorganism and a substrate from which it feeds. The classical chemostat model considers a constant input substrate, however, some authors have also considered it as a control variable as well as the dilution rate. In this paper we will consider the classical chemostat model, modified by considering the input substrate rate as a generic function dependent on the substrate. The main goal is to study the problem of maximizing productivity through optimal control techniques and determine if there are significant improvements under these assumptions.

## Referencias

- [1] BASTIN, G. AND DOCHAIN, D., *On-line estimation and adaptive control of bioreactors*. Elsevier, Amsterdam; 1990.
- [2] MAIRET, F., RAMÍREZ, H. AND ROJAS-PALMA. A., *Modeling and stability analysis of a microalgal pond with nitrification*. Applied Mathematical Modelling **51** (2017), 448–468.
- [3] MONOD, J., *La technique de la culture continue: Theorie et applications*. Annales de l'Institut Pasteur **79** (1950), 390–410.
- [4] PONTRYAGIN L.S., BOLTYANSKY V.G., GAMKRELIDZE, R.V. AND MISHCHENKO E.F., *Mathematical Theory of Optimal Processes*. Wiley-Interscience, New York; 1962.
- [5] SMITH, H. L., AND WALTMAN, P. *The Theory of the Chemostat*. Cambridge University Press, (1995). Cambridge Books Online.

---

\*e-mail: amrojas@ucm.cl



# Impulsive partial differential equation modeling single species dynamics

**Karina Vilches\***

*Departamento de Matemática, Física y Estadística  
Universidad Católica del Maule  
Talca, Chile*

## Resumen

The populations of living organisms present individuals and collective behaviors, for instances process of reproduction and migration. The individual growth and collective movements have been largely studied in mathematical biology, using reaction-diffusion or cross-diffusion equations to model the population dynamics assuming that those process occur in the same time-scale. At this point, we observe that those processes can occur in different time-scales depending on the particularities of each population modeled, for instance see [2]. The impulsive parabolic equations were introduced to model the diffusion type collective movements and growth in some population considering different time-scale, see [1, 3, 4]. We are interested in to study the impulsive differential equations, due to that kind of hybrid object can provide a tool to represent the time-scale differences between phenomenon that take place in population dynamics. The main objective of this presentation is to review some impulsive parabolic equations representing diffusive movements and growth in a single species population and to formulate analogue models representing another kind of movements and growth.

Joint work with:

**F. Córdova-Lepe<sup>1</sup>**, Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

## Referencias

- [1] BAINOV, D., & MINCHEV, E. *Oscillation of the solutions of impulsive parabolic equations*. Journal of computational and applied mathematics, **69(2)**, (1996), 207-214.
- [2] CORDOVA-LEPE, F., DEL VALLE, R., & ROBLEDO, G. *A pulse fishery model with closures as function of the catch: Conditions for sustainability*. Mathematical biosciences, **239(1)**, (2012), 169-177.
- [3] ERBE, L. H., FREEDMAN, H. I., LIU, X. Z., & WU, J. H. *Comparison principles for impulsive parabolic equations with applications to models of single species growth*. The ANZIAM Journal, **32(4)**, (1991), 382-400.
- [4] LIU, X., & ZHANG, S. *A cell population model described by impulsive PDEs-existence and numerical approximation*. Computers & Mathematics with Applications, **36(8)**, (1998), 1-11.

---

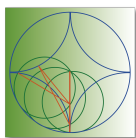
\*Founded by CONICYT PAI-ACADEMIA 79150021 2016-2018 , e-mail: [kvilches@ucm.cl](mailto:kvilches@ucm.cl)

<sup>1</sup>[fcordova@ucm.cl](mailto:fcordova@ucm.cl)

### **3.1. Educación**

#### **Coordinador:**

- Felipe Almuna, Centro de Ciencias Básicas, Sede Puerto Montt, Universidad Austral de Chile.



## Modelación Matemática en la Formación Inicial de Profesores

**María Aravena Díaz\***

*Departamento de Matemática, Física y Estadística*

*Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística (CIEMAE)*

*Universidad Católica del Maule*

*Talca, Chile*

### Resumen

El estudio se enfoca en la formación inicial de profesores de matemática donde se diseña una propuesta que aborda problemas de modelación matemática, tomando como base la teoría de la actividad [6] y las propuestas que dan cuenta que esta metodología de trabajo permite desarrollar habilidades que son crecientemente valiosas para el siglo XXI [7],[8],[5],[3]. La metodología utilizada es de corte mixto, para lo cual se levantaron categorías de análisis para evaluar el trabajo matemático basado en problemas que involucran ciclos de modelación. La muestra cuenta de 40 estudiantes distribuidos en 11 grupos de trabajo de un curso de tercer año en el contexto de sus prácticas tempranas. A nivel de resultados se observa que los grupos desarrollan habilidades para utilizar los conceptos y métodos en la descripción de fenómenos científicos y sociales, comunicación argumentativa de los procesos y resultados y análisis crítico de rol de la matemática en la sociedad.

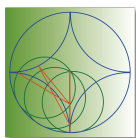
### Referencias

- [1] ARAVENA, MARÍA; CAAMAÑO, CARLOS, *Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca-Chile*. Revista Estudios Pedagógicos, (2007). **33**, 7-25.
- [2] ARAVENA, MARÍA; CAAMAÑO, CARLOS; GIMÉNEZ, JOAQUÍN, *Modelos matemáticos a través de proyectos*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, (2008). **11**(1), 49-92.
- [3] ARAVENA, MARÍA, *Modelización matemática en Chile*. En Arrieta, Jaime; Díaz, Leonora (Eds.). Investigaciones Latinoamericanas, Barcelona, Gedisa, (2016). 195-234.
- [4] ARAVENA, MARÍA; CAAMAÑO, CARLOS; GONZÁLEZ, JORGE; CABEZAS, CARLOS; CÓRDOVA, FERNANDO, *Resolución de problemas en contextos de aplicación. Propuesta metodológica en la formación inicial de profesores de matemática*. Investigaciones Latinoamericanas, Talca, Tabor, (2011).
- [5] BLUM, WERNER; BORROMEO, RITA, *Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?* Journal of Mathematical Modelling and Applications, (2009). **1**(1), 45-58.
- [6] DAVYDOV, VASILII, *The concept of developmental teaching*. Journal of Russian & East European Psychology, (1998). **36**(4), 11-36.

---

\* e-mail: maravena@ucm.cl

- [7] NISS, MOGEN, *Aims and scope of applications and modeling in mathematics curricula*, En Blum, Werner et al. (Eds.). Applications and modeling in learning and teaching mathematics, Chichester: Ellis Horwood, (1989). 22-31.
- [8] NISS, MOGEN, *The Danish KOM project and possible consequences for teacher education*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática,(2011). **6**(9). pp 13-24.



## Estudio de Caso y Modelación Matemática en la Formación de Ingenieros

**María Aravena Díaz\***

*Departamento de Matemática, Física y Estadística*

*Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística (CIEMAE)*

*Universidad Católica del Maule*

*Talca, Chile*

### Resumen

El estudio se enfoca en las matemáticas que necesitan los ingenieros articulando ciencias básicas, ciencias de la ingeniería y tecnología que potencian el desarrollo de habilidades que son crecientemente valiosas para el siglo XXI, entre las que se destacan: solución de problemas no rutinarios, pensamiento crítico y sistémico; comunicación compleja, trabajo en equipo, auto-desarrollo, autorregulación y adaptabilidad a los cambios [5], [3],[4],[7]. El marco de referencia considera los estudios y diagnósticos dando cuenta que la matemática que se entrega en la formación de los ingenieros no está respondiendo a las demandas del entorno [5], las propuestas teóricas en el ámbito de la modelación matemática [8], [9], [1], [2] y la teoría de la actividad [6], [2]. En este contexto se diseñó una secuencia con diferentes casos reales de su ámbito de estudio susceptible de modelar de acuerdo a las temáticas tratadas en los cursos de álgebra y cálculo diferencial e integral. La secuencia se implementó en 4 carreras de ingeniería y se seleccionó una muestra representativa distribuida en grupos de 3 a 4 alumnos. Para evaluar las habilidades que manifiestan los estudiantes se realizó un análisis interpretativo de contenido. A nivel de resultados los alumnos utilizan los conceptos y procesos matemáticos en situaciones reales, presentan soluciones y propuestas que las interpretan usando los conceptos de los temas tratados, desarrollan habilidades comunicativas mediante la explicitación y justificación de sus procesos, la comunicación y argumentación de sus métodos y la aplicabilidad de los teoremas en situaciones contextualizadas. Como conclusión podemos apostar por este método, como una forma de romper con la atomización de los currículos, para alcanzar clase mundial.

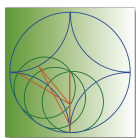
### Referencias

- [1] ARAVENA, MARÍA; GIMÉNEZ, JOAQUÍN, *Evaluación de procesos de modelización polinómica mediante proyectos, Monografía modelización y matemáticas*. Revista UNO. Didáctica de las Matemáticas,(2002). **31**, 44-56.
- [2] ARAVENA, MARÍA, *Modelización matemática en Chile. En Arrieta, Jaime; Díaz, Leonora (Eds.). Investigaciones Latinoamericanas*, Barcelona, Gedisa, (2016). 195-234.
- [3] CAMARENA, PATRICIA, *Aportaciones de investigación al aprendizaje y enseñanza de la matemática en Ingeniería*. Recuperado de [www.ai.org.mx/eventos/coloquios/ingreso/10/camarena.html](http://www.ai.org.mx/eventos/coloquios/ingreso/10/camarena.html),(2010).
- [4] CAMARENA, PATRICIA, *La modelación matemática en la del ingeniero*. Recuperado de [www.m2real.org/IMG/pdf/patriciaCamarenaGallardo-II.pdf](http://www.m2real.org/IMG/pdf/patriciaCamarenaGallardo-II.pdf),(2010).

---

\* e-mail: [maravena@ucm.cl](mailto:maravena@ucm.cl)

- [5] CORFO, *Factores y tendencias claves de la ingeniería a nivel internacional ingeniería 2030* Recuperado de [http : //www.corfo.cl/programas-y-concursos/programas/concurso-nueva-ingenieria-para-el-2030](http://www.corfo.cl/programas-y-concursos/programas/concurso-nueva-ingenieria-para-el-2030), (2013).
- [6] DAVYDOV, VASILII, *The concept of developmental teaching*. Journal of Russian & East European Psychology,(1998). **36**(4), 11-36.
- [7] GARCÍA, JOSÉ, *La problemática de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo para ingeniería*,(2013). **37**(1), 29-42.
- [8] NISS, MOGEN, *Aims and scope of applications and modeling in mathematics curricula*, En Blum, Werner et al. (Eds.). Applications and modeling in learning and teaching mathematics, Chichester: Ellis Horwood,(1989). 22-31.
- [9] NISS, MOGEN, *Modelling crucial aspects of students' mathematical modeling*, En Lesh, Richard; Galbarith, Peter; Haines, Christopher; Hurford, Andrew (Eds.). Modeling students' mathematical competencies -ITCMA 13-,(2013). 43-59.
- [10] TREJO, ELIA; CAMARENA, PATRICIA; TREJO, NATALIA, *Las matemáticas en la formación de un ingeniero: La matemática en contexto como propuesta metodológica*. Revista de Docencia Universitaria, (2013). **11**, 397-424.
- [11] WASSERMANN, SELMA, *El estudio de caso como método de enseñanza*. Buenos Aires, Amorrortu Editores,1999.



# Fomentando Aprendizajes Matemáticos y Habilidades Genéricas—Comunicacionales a Través de Tutorías Activas

*Felipe J. Almuna Salgado\**

*Universidad Austral de Chile*

*Puerto Montt, Chile*

## Resumen

Una de las teorías importantes que han surgido de la investigación sobre el aprendizaje de los estudiantes de Educación Superior en los últimos 25 años es el concepto de enfoque para el aprendizaje (*approach to learning*, según su concepción en inglés). Este concepto se refiere a la forma en que los estudiantes aprenden, “cómo experimentan y organizan el tema de una tarea de aprendizaje; se trata de qué y cómo aprenden, en lugar de cuánto recuerdan” [4, p.41].

En general, se puede decir que los estudiantes adoptan en los extremos de un continuo de su proceso de aprendizaje, un enfoque superficial o profundo del aprendizaje [1], [4]. Los estudiantes que toman un enfoque superficial generalmente se enfocan en las demandas para obtener una determinada calificación y completan solo lo que es necesario para ello. Los estudiantes que toman un enfoque profundo, en cambio, para aprender tienden a comprender lo que están aprendiendo. Al mismo tiempo, relacionan lo que ya saben sobre una materia o tema con los nuevos conocimientos y pueden relacionar las ideas teóricas con la realidad cotidiana. Estos estudiantes generalmente intentan organizar el contenido y el conocimiento en un todo coherente al tiempo que relacionan evidencia y argumento. No obstante, el enfoque que los estudiantes utilizan para aprender depende de numerosos factores, incluyendo el ambiente de aprendizaje, su motivación y preferencias individuales hacia una disciplina, los requerimientos de evaluación, entre otros. Si bien no se puede esperar que los profesores influyan en todos estos factores, determinados tipos de enseñanza fomentan el aprendizaje efectivo.

En este sentido, un método de enseñanza que promovería un aprendizaje profundo es la enseñanza en grupos pequeños. En general, características de este tipo de enseñanza han sido destacadas previamente en la literatura. Es así como, por ejemplo, [2] caracterizan a este tipo de grupo en relación a tres factores: participación activa del estudiantado, socialización y diseño de actividades de aprendizaje. La *participación activa* inherentemente sucede en entornos de grupos de estudiantes pequeños (2 a 3 estudiantes) se refiere a la participación del estudiante en su aprendizaje profundo. Facilitar las actividades de grupos pequeños en clases puede ser una manera útil de alentar la participación activa de todos los estudiantes. El dividir la clase en grupos más pequeños estudiantes o parejas les permite a los estudiantes, especialmente a aquellos que son más reticentes y reacios a hablar en grupos más grandes, articular sus puntos de vista o comparar sus respuestas a las preguntas en un grupo más pequeño y amigable. Esto les permite a los estudiantes aprender de sus compañeros y desarrollar habilidades genéricas importantes tales como habilidades de comunicación, pensamiento crítico, resolución de problemas y trabajo en equipo. Sin embargo, lo más importante es que las actividades de grupos pequeños brindan a los estudiantes oportunidades para interactuar con sus compañeros y aprender de ellos. Esto es ampliamente reconocido como un factor importante en la participación de los estudiantes: “cuanto más frecuentemente los estudiantes interactúan con sus compañeros en la comunidad

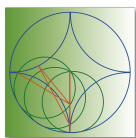
\*Trabajo realizado en el marco del Proyecto de Innovación a la Docencia Universitaria (PIDU) N° DEP201808 financiado por Dirección de Estudios de Pregrado (DEP) de la Universidad Austral de Chile, e-mail: felipe.almuna@uaach.cl

de aprendizaje de maneras educativamente útiles, es más probable que participen con su aprendizaje” [3, p.25]. La *socialización*, por otro lado, es un aspecto importante de la interacción en el aula. Para que los estudiantes participen en discusiones y actividades en el aula, necesitan socializar sus entendimientos, aunque sean erróneos. Aquí es donde el diseño de la sala es importante. Esto pues, un ambiente de la sala de clase que es aceptable y no amenazante favorece la comunicación. La comunicación implica habilidades de comunicación verbal y no verbal y estas son habilidades importantes a desarrollar, sobre todo en estudiantes que empiezan su ciclo formativo en Educación Superior. Cada vez más, a los estudiantes también se les pide que se comuniquen e interactúen entre sí y no tan solo con el docente de asignatura de forma inclusiva y respetuosa. Por otro lado, *el diseño de actividades* de aprendizaje significa tener un propósito y una estructura claros que facilite la participación activa para construir aprendizajes profundos, la socialización.

Con la finalidad de articular estas características, este trabajo tiende a presentar y analizar una instancia formal de Tutorías de Socialización Activa en Matemáticas (TuSAc-Matemática) que apoye la nivelación y transferencia de conocimiento en asignaturas matemáticas de primer año para estudiantes que ingresen a la carrera de Pedagogía en Matemáticas (i.e., Fundamentos de las Matemáticas Superiores, Geometría, Matemáticas Discretas y Análisis Matemático en una Variable) de la Sede Puerto Montt y fomente habilidades genéricas-comunicacionales en los participantes de este programa.

## Referencias

- [1] BIGGS, JOHN Y TANG, CATHERINE, *Teaching for quality learning at university (3rd edition)*, Berkshire: Open University Press, (2007).
- [2] CANNON, ROBERT Y NEWBLE, DAVID, *A handbook for teachers in universities and colleges: A guide to improving teaching methods (4th edition)*, London: Kogan Page Ltd., (2000).
- [3] KRAUSE, KERRI-LEE, HARTLEY, RICHARD, Y JENNINGS, CLAIRE, *The first year experience in Australian universities: Findings from 1994 to 2009*, Centre for the Study of Higher Education, The University of Melbourne, (2010).
- [4] RAMSDEN, PAUL, *Learning to teach in higher education (2nd edition)*, New York: Routledge Falmer, (2003).



# Configuraciones Ontosemiótica de la Noción de Límite

**Daniela Araya B.\***

*Departamento de Ciencias Exactas*

*Universidad de Los Lagos*

*Osorno, Chile*

## Resumen

La presente investigación trata de un estudio cualitativo cuyo diseño metodológico será del tipo descriptivo e interpretativo, debido que a se estudiará y analizará los significados parciales del objeto matemático de límite con el fin de establecer las configuraciones ontosemióticas de cada uno de estos significados. El marco teórico estará compuesto por la noción de Configuración Epistémica y Cognitiva del Enfoque Ontosemiótico(EOS), dicha herramienta teórica permitirá establecer seis configuraciones ontosemióticas epistémicas basadas en los estudios históricos-epistemológicos de la noción.

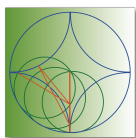
Cada una de las configuraciones estarán caracterizadas según los objetos primarios que emanen de la práctica matemática que involucra cada uno de los significados parciales del objeto de límite. Los objetos primarios que conforman una configuración son: problemas y/o tareas; elementos lingüísticos; conceptos y/o definiciones; procedimientos; propiedades y/o proposiciones; y argumentos. El objetivo principal de la investigación es establecer las configuraciones ontosemióticas epistémica con la finalidad de diseñar tareas didáctico-matemáticas que permitan transitar entre cada uno de los significados parciales del objeto límite, en particular, transitar hacia la noción de límite de Weierstrass.

## Referencias

- [1] Blázquez, S. y Ortega, T., *Concepto del límite en la educación secundaria*, En Cantoral, R. (Ed.), *El futuro del cálculo infinitesimal*, ICME 8-México, (2000).
- [2] Contreras, A. y García, M., *Significados pretendidos y personales en un proceso de estudio con el límite funcional*, RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, (2011). **14**(3), 277-310.

---

\*e-mail: daniela.arayab@gmail.com



# Actividad de Modelización Enmarcada en el Ciclo de Kolb para el Contenido de Función Cuadrática en Enseñanza Media

**Esteban Aros Sánchez\***

*Estudiante seminarista de la carrera de  
Pedagogía en Matemática y Educación Tecnológica  
Universidad de Concepción Campus Los Ángeles  
Los Ángeles, Chile*

## Resumen

En [1], Aravena afirma que hacer un trabajo matemático basado en la resolución de problemas a través del modelaje, posee una serie de ventajas, entre las que se destaca: el desarrollo de la capacidad de resolver problemas y la creatividad; prepara a los alumnos a usar la matemática, desarrolla la capacidad crítica de la matemática en la sociedad, permite una visión completa de ésta y ayuda a la comprensión de los conceptos y métodos.

La presente investigación tiene por objetivo describir y analizar una experiencia de aula, en la cual se aplicó una metodología de enseñanza que utiliza la modelización matemática enmarcada en la teoría del Ciclo de Kolb, para el contenido de función cuadrática en estudiantes de tercer año medio de un liceo municipal Científico-Humanista de la ciudad de Los Ángeles.

El Modelo de Aprendizaje Experiencial o Ciclo de Kolb, desarrollado por David Kolb y Ronald Fry a principios de los años setenta, está formado por cuatro elementos fundamentales: experiencia concreta, observación reflexiva, conceptualización abstracta, y experimentación activa, los cuales constituyen una espiral de aprendizaje, que puede comenzar en cualquiera de los cuatro elementos, pero que usualmente inicia con la experiencia concreta[2]. Los estudiantes participantes del estudio recorrieron completamente el Ciclo de Kolb al desarrollar tres actividades derivadas de una misma experiencia propuesta[2], y cuyo objetivo es introducir el contenido de función cuadrática por medio de la resolución de un problema en contexto usando Modelización Matemática.

Se decidió utilizar la actividad de modelización al inicio del contenido con el fin de que los estudiantes contaran con un punto de partida al cual recurrir como experiencia concreta. La actividad fue especialmente novedosa para los estudiantes dado que, según un pequeño estudio que se realizó en el establecimiento sobre los estilos de enseñanza de los profesores de matemática, no se suele utilizar la Modelización como estrategia de enseñanza para el contenido de funciones.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Marianela Castillo Fernández<sup>1</sup>**, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad de Concepción Campus Los Ángeles, Los Ángeles, Chile.

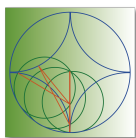
## Referencias

- [1] ARAVENA, M., *Resolución de problemas y modelización geométrica en la formación inicial de profesores*. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Recife, (2011).

\*e-mail: [esaros@udec.cl](mailto:esaros@udec.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [mcastillo@udec.cl](mailto:mcastillo@udec.cl)

- [2] SANDOVAL, V., PEÑA, M., CARRASCO, V., GONZÁLEZ, C., YÁÑEZ, S., CARIAGA, E., Y COLIPE, E, *50 Ciclos de Kolb y 2 razones para ser utilizados*. Temuco: Universidad Católica de Temuco, (2014).



# Un Aporte de la Etnomatemática a la Enseñanza de una Álgebra Contextualizada

*Stefan Berres* \*

*Departamento de Ciencias Matemáticas y Físicas  
Universidad Católica de Temuco*

## Resumen

### Introducción y objetivo

En un ámbito notoriamente ‘monocultural’ es fácil de no hacer caso a la pluralidad epistemológica de construcciones intra-matemáticas con su alto potencial de traspasar entornos culturales. El objetivo de esta contribución consiste en levantar y describir conceptos intra-matemáticos que podrán describir patrones inter-culturales.

### Metodología

Con la clasificación de álgebra abstracta se puede demostrar que la estructura sintáctica del mapuzungun cuenta con construcciones gramaticales que son homomorfos a ciertas estructuras algebraicas.

En particular, se analiza algebraicamente la estructura gramática de acompañamiento. Como ejemplo ilustrativo sirve la frase de Hamerlink [1]:

¿Nütramkapalayimi tañi kure eymu? ( ¿No viniste a conversar con mi esposa?)

La construcción conceptual atrás es la combinación de pronombres personales:

Eymi (tu) + fey (ella) = Eymu (Uds. dos)

La sistematización de todas las posibles combinaciones de dos y tres pronombres personales revela la estructura algebraica correspondiente.

### Resultados y principales conclusiones

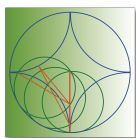
La estructura gramatical del acompañamiento del mapuzungun es homomorfo a la estructura algebraica de un semigrupo conmutativo. De esta manera se estableció un ejemplo protagonista que demuestra como se puede romper el colonialismo en la educación al aplicar ideas intra-matemáticas en un contexto inter-cultural. Dicha adaptación no va por bajar a un nivel disciplinar más simple, sino por subir a un nivel más avanzado. La pluralidad epistemológica intra-matemática podrá florecer en un contexto de inter-culturalidad, siempre cuando los protagonistas como los profesores de matemática estén bien formados en su manejo intra-disciplinar.

## Referencias

- [1] BRYAN L. HARMELINK, *Manual de Aprendizaje del Idioma Mapuche: aspectos morfológicos y sintácticos*, Ediciones Universidad de La Frontera, (1996). 406 pp. (<http://tiny.cc/5duzry>)

---

\*e-mail: [sberres@uct.cl](mailto:sberres@uct.cl)



## Determinando el Nivel de Razonamiento Geométrico de Estudiantes en Base al Modelo de Van Hiele

*Sofía Carrasco\**

*Estudiante seminarista de la carrera de Pedagogía en Matemáticas*

*Universidad Austral de Chile*

*Puerto Montt, Chile*

### Resumen

Con el comienzo de la idealización —a inicios del siglo XVII, en donde la imagen visual del objeto geométrico retrocedió en importancia y fue sustituido por lo algebraico y lo analítico— se declara en la Geometría, a finales del siglo XIX, la total independencia de la visualización como aspecto fundamental de ésta [3].

En Chile, los resultados alcanzados por los estudiantes en mediciones tanto nacionales e internacionales evidencian que el rendimiento estudiantil en matemáticas se mantiene estancado, debido, a que por una parte, se prioriza el trabajo algebraico, sin aplicaciones ni contextos. Esta situación, ha traído como consecuencia, que los estudiantes no desarrollen las habilidades claves en los procesos geométricos, tales como la visualización, las representaciones, la exploración, la modelización, la argumentación y la demostración [1].

Además, al inicio de la Educación Media, ocurre un cambio de ciclo de escolarización y en muchas ocasiones, los profesores de enseñanza media se ven enfrentados a estudiantes que provienen de diversos contextos, con distintos conocimientos previos, habilidades y actitudes. Lo anteriormente expuesto, plantea la necesidad de disponer de instrumentos de evaluación diagnóstica que permitan recoger la diversidad presente en el aula. Las evaluaciones diagnósticas basadas en el modelo de Van Hiele, permiten a los docentes que imparten clases en cualquier ciclo educacional medir el nivel de razonamiento geométrico que posee cada uno de sus estudiantes. En esta línea, se han propuesto diversos instrumentos que buscan medir el nivel de razonamiento geométrico (e.g., [1], [2]). Lo anterior, da cuenta de la importancia de conocer el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes, pues de esta forma se podrían articular secuencias instruccionales adecuadas al nivel de razonamiento de los estudiantes; esto ha sido resaltado por [1], quienes indican que conocer la forma en que razonan los estudiantes es un elemento clave para que el docente pueda realizar una intervención didáctica que ayude a superar y revertir la situación actual del país en cuanto al rendimiento académico.

Lo anteriormente expuesto, ha suscitado nuestro interés por investigar la importancia de la evaluación diagnóstica en el eje de Geometría y los modelos de enseñanza y aprendizaje que sigan esa línea. Específicamente esta investigación emplea el modelo de van Hiele, el cual reconoce la etapa de diagnóstico como el soporte inicial de todo aprendizaje.

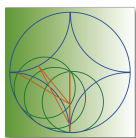
Trabajo realizado en conjunto con **Ángela Castro**, e-mail: [angela.castro@uach.cl](mailto:angela.castro@uach.cl), Universidad Austral de Chile, Puerto Montt, Chile.

---

\*e-mail: [sofia.carrasco@alumnos.uach.cl](mailto:sofia.carrasco@alumnos.uach.cl)

## Referencias

- [1] ARAVENA, MARÍA; CAAMAÑO, CARLOS, *Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule. Talca, Chile.*, RELME, **16**(2),(2013). 139-178.
- [2] CABELLO, ANA; SANCHEZ, ANA; LÓPEZ, RICARDO, *Significatividad de la implementación curricular del modelo de van Hiele. En Berciano, Ainhoa; Gutiérrez, Guadalupe, Estepa, Antonio y Climent, Nuria (Eds.)*, Investigación en Educación Matemática XVII. Bilbao: SEIEM, 2013. 193-207.
- [3] DAVIS, PHILIP J., *Visual Theorems*, Educational Studies in Mathematics, **24**(4),(1993). 333-344.



# Una Propuesta para el Desarrollo del Pensamiento Matemático en Niños con Dificultades de Aprendizaje

*Ximena Colipán\**

*Universidad Católica del Maule*

*Talca, Chile*

## Resumen

Actualmente las Bases Curriculares chilenas, articulan la enseñanza de la educación matemática a través del desarrollo de habilidades y actitudes que deben ser abordadas transversalmente a los ejes temáticos (los contenidos mínimos obligatorios). Las habilidades a desarrollar las definen como aquellas que constituyen el Pensamiento Matemático, a saber: resolver problemas, representar, modelizar, argumentar y comunicar [6].

En Chile, a través del proyecto de integración escolar [5], los alumnos con Necesidades Educativas Especiales (NEE) son apoyados por un profesional especializado, este apoyo por lo general se realiza en el aula común, es decir, junto a sus pares quienes en su totalidad no siempre presentan las mismas necesidades, esto implica que los alumnos con NEE sigan el curso normal planificado por el docente de asignatura, debiendo lograr al igual que todos, los aprendizajes esperados de la forma más optima y eficiente.

En este contexto, se presenta una propuesta de trabajo sobre situaciones problemas que podrían ayudar a trabajar habilidades del pensamiento matemático en niños diagnosticados con dificultades de aprendizaje en matemática [2]. A través del método de la ingeniería didáctica [1], se presentará un análisis matemático y didáctico de una situación problema y los resultados obtenidos por un grupo estudiantes luego de una intervención [3], [4].

Trabajo realizado en conjunto con:

**José Miguel Meza<sup>1</sup>**

## Referencias

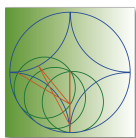
- [1] ARTIGUE, M., *L'ingénierie didactique: un essai de synthèse*, En amont et en aval des ingénieries didactiques, Margolinas, C.; Abboud-Blanchard, M.; Bueno-Ravel, L.; Douek, N.; Fluckiger, A.; Gibel, P.; Vandebrouck, F; et Wozniak, F. (Eds.), (2011).
- [2] BORGIOLO, G.M., *A critical examination of learning disabilities in mathematics: Applying the lens of ableism*, Journal of Thought, **43**, (12), (2008). 131-147.
- [3] COLIPÁN, X., *Mathematical research in the classroom via combinatorial games* Teaching and learning discrete mathematics worldwide: Curriculum and research, Hart, E. y Sandefur, J. (Eds.), Springer, (2017). 215-228.

---

\*e-mail: xcolipan@ucm.cl

<sup>1</sup>e-mail: josemiguelmezaortiz@gmail.com

- [4] MESA, J., *El saber-hacer de la actividad matemática en estudiantes con dificultades de aprendizaje en matemática, un estudio de caso*, Tesis de Magister del Programa de Magister en Didáctica de la Matemática de la Universidad Católica del Maule,(2016).
- [5] MINEDUC, *Normas para determinar los alumnos con necesidades educativas especiales*, Decreto 170, Santiago, Chile: Biblioteca del Congreso Nacional,(2009).
- [6] MINEDUC, *Bases curriculares de matemática*, Santiago, Chile: MINEDUC,(2012).



## Conocimiento Didáctico del Contenido: El Caso de un Profesor de Matemáticas Universitario

*Rosa Delgado-Rebolledo\**

*Instituto de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*

*Valparaíso, Chile*

### Resumen

La noción de conocimiento didáctico del contenido (PCK, por sus siglas en inglés), descrita por Shulman [1], hace referencia a un conocimiento que permite al profesor representar y formular una materia para hacerla comprensible a otros. En el caso de las matemáticas, el PCK se reconoce como un dominio de conocimiento importante para la enseñanza de modo que sus componentes están presentes en diversos modelos de conocimiento y de desarrollo profesional. En conceptualizaciones del conocimiento del profesor de matemáticas como la desarrollada por Ball, Thames y Phelps [2], el PCK resulta de la intersección entre el conocimiento matemático y el conocimiento pedagógico en el contexto de actividades matemáticas, por lo cual algunos conocimientos más generales como, por ejemplo, el trabajo en equipo- quedan incluidos en él, dejando de lado las características del contenido matemático que se requiere enseñar. En este sentido, Carrillo, Climent, Contreras, Muñoz-Catalán [3] proponen una reconceptualización del PCK donde este conocimiento proviene de la matemática como fuente principal, considerando el contenido matemático como un objeto de enseñanza, como un objeto de aprendizaje y desde el punto de vista de los estándares de aprendizaje que pueden ser logrados en un curso o nivel educativo.

La perspectiva del PCK desarrollada por Carrillo y sus colaboradores hace parte del modelo Mathematics Teachers Specialized Knowledge (MTSK), que es un modelo analítico para comprender el conocimiento del profesor de matemáticas y, a su vez, una herramienta metodológica para analizar las prácticas de enseñanza de dicho profesor. Indagaciones recientes han utilizado el MTSK para el estudio del conocimiento del profesor universitario (e.g., [4]; [5]) dando muestras de la funcionalidad del modelo para este propósito. De acuerdo con lo anterior, en esta investigación se estudia el PCK de un profesor universitario, desde la conceptualización del MTSK, teniendo en cuenta las escasas indagaciones que se reportan en la literatura sobre el conocimiento del profesor que enseña matemáticas en la educación superior [6].

El PCK del modelo MTSK está formado por tres subdominios de conocimiento: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFML) y conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS). El KMT comprende el conocimiento acerca de los fenómenos que se producen cuando se desea enseñar un contenido. Este subdominio posee tres categorías: teorías de enseñanza, recursos didácticos, y estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. Por su parte, el KFLM se refiere al conocimiento de los fenómenos que se producen cuando un estudiante aprehende un contenido matemático. Consta de cuatro categorías: teorías de aprendizaje, fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje, intereses y expectativas de los estudiantes y formas de interacción con un contenido matemático. Por último, el KMLS describe el conocimiento del nivel de capacidad atribuible a los estudiantes en un determinado momento escolar. Sus categorías son: expectativas de aprendizaje, nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado, y secuenciación de diversos temas.

En el aspecto metodológico, esta indagación se desarrolla bajo un paradigma interpretativo y una metodología cualitativa, a través de un estudio de casos instrumental [7]. El caso de estudio

\*Parcialmente financiado por Beca de Doctorado año 2017 CONICYT, folio 21170442, e-mail: rosamdelgadorebolledo@gmail.com

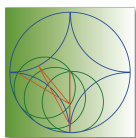
es un profesor de matemáticas que estuvo impartiendo un curso de análisis real para futuros profesores de matemáticas durante un semestre en una universidad chilena. La recolección de los datos se realizó a través de videgrabaciones de clases que fueron transcritas y sujetas a un análisis de contenido [8], además, se desarrollaron dos entrevistas semiestructuradas con el fin de profundizar en los conocimientos del profesor identificados en las unidades de análisis asociadas con los subdominios del PCK y sus categorías. Por otra parte, se establecieron diferencias entre evidencias e indicios de conocimiento, siendo una evidencia un elemento que permite afirmar la presencia del conocimiento del profesor, mientras que un indicio es una sospecha de la existencia de dicho conocimiento que requiere información adicional para ser confirmada como evidencia.

En síntesis, como resultado de este estudio se obtuvieron evidencias del conocimiento del profesor de matemáticas en cuanto a recursos materiales y tecnológicos para favorecer la enseñanza del análisis real, así como, conocimientos sobre dificultades, expectativas de los estudiantes y nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado en relación al tema de números reales. De este modo, se muestra la presencia de conocimiento del profesor universitario en todos los subdominios del PCK lo cual aporta elementos para avanzar en la comprensión de la naturaleza de este conocimiento y la caracterización de sus componentes. No obstante, faltan más investigaciones en esta línea que contribuyan a tal comprensión y que aporten episodios de clases que puedan servir de ejemplo a los formadores de profesores para favorecer la reflexión de los profesores universitarios sobre su propio conocimiento.

Trabajo realizado en conjunto con **Diana Zakaryan**, e-mail: [diana.zakaryan@pucv.cl](mailto:diana.zakaryan@pucv.cl), Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

## Referencias

- [1] SHULMAN, LEE, *Those who understand: Knowledge growth in teaching*, Educational researcher **15**(2),(1986). 4-14.
- [2] BALL, DEBORAH; THAMES, MARK ; PHELPS, GEOFFREY, *Content knowledge for teaching: What makes it special?* Journal of Teacher Education **59**(5),(2008). 389-407.
- [3] CARRILLO, JOSÉ; CLIMENT, NURIA; CONTRERAS, LUIS; MUÑOZ-CATALÁN, MARÍA, In B. Ubuz, C. Haser & M.A. Mariotti (Eds.), *Determining specialised knowledge for mathematics teaching*, Proceedings of the VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME),(2013). 2985-2994.
- [4] VASCO, DIANA, *Conocimiento especializado del profesor de álgebra lineal: un estudio de casos en el nivel universitario*, (Tesis Doctoral), Universidad de Huelva, (2015).
- [5] DELGADO-REBOLLEDO, ROSA; ZAKARYAN, DIANA, *Knowledge of the practice in mathematics in university teachers*, Pre-proceedings of the II Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM),(2018). 404-413.
- [6] SPEER, NATASHA; KING, KAREN; HOWELL, HEATHER, *Definitions of mathematical knowledge for teaching: using these constructs in research on secondary and college mathematics teachers* Journal of Mathematics Teacher Education **18**(2),(2014). 105-122.
- [7] STAKE, ROBERT, *The art of case study research*. London: Sage,(1995).
- [8] BARDIN, LAURENCE, *Content analysis*. São Paulo: Livraria Martins Fontes,(1997).



## Evaluando Desempeños a Través del Video en Alumnos de Pedagogía

*Ciro González Mallo\**

*Departamento de Ciencias Matemáticas y Físicas  
Universidad Católica de Temuco  
Temuco, Chile*

### Resumen

Desde el año 2007, la Universidad Católica de Temuco ha implementado su Nuevo Modelo Educativo, que considera cinco Ejes Esenciales: Formación basada en Competencias; Aprendizaje significativo y centrado en el estudiante; las TICs en el proceso de la enseñanza y del aprendizaje; Educación Continua; Formación Humanista y Cristiana.

En este contexto, las distintas asignaturas consideradas en los Itinerarios Formativos tienen asociadas Competencias Genéricas y Competencias Específicas propias de la carrera. En el diseño de una asignatura se deben considerar los factores situacionales, y se debe reflejar los principios del Modelo Educativo a través de los Resultados de Aprendizaje (RA). Los RA son desempeños que se espera que los estudiantes demuestren al término del curso; luego se debe decidir sobre cuál será la evaluación que se utilizará, respondiendo a la pregunta: ¿Qué harán los estudiantes para demostrar que han logrado los RA propuestos?; y, finalmente, se debe decidir sobre las actividades de enseñanza y aprendizaje para desarrollar estos desempeños.

En el proceso de evaluación de una asignatura se consideran dos tipos: las evaluaciones focalizadas de contenidos y las evaluaciones integradas de desempeño, donde estas últimas están orientadas a que el estudiante demuestre las actuaciones o desempeños profesionales en contexto, integrando y movilizand o contenidos de diversa naturaleza y procedencia, también denominada evaluación compleja o auténtica.

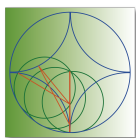
A través del presente trabajo se quiere mostrar la utilización del video como evaluación integrada de desempeño en asignaturas de la Carrera de Pedagogía Media en Matemática. El uso de esta herramienta tecnológica permite observar el desempeño que los estudiantes tienen cuando deben integrar los contenidos conceptuales, la competencia genérica y la competencia específica asociada, en situaciones de alta complejidad y muy cercanas a lo que debería ser su desempeño como profesional de la educación.

En general, los estudiantes han emitido opiniones positivas acerca del uso del video como evaluaciones integradas de desempeño. Se destacan apreciaciones respecto a la mejora de la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos que permiten resolver problemas disciplinares. Además, se valora la utilización del error como una fuente de aprendizaje.

Trabajo realizado en conjunto con **Héctor Turra Chico**, e-mail: [hturra@uct.cl](mailto:hturra@uct.cl), Centro de Desarrollo e Innovación de la Docencia, CeDID, Universidad Católica de Temuco, Temuco, Chile.

---

\*e-mail: [cirogm@uct.cl](mailto:cirogm@uct.cl)



# Sobre una Caracterización de los Problemas Planteados en la Versión XIV del CMAT en Magallanes

*Richard Lagos\**

*Departamento de Matemática y Física*

*Universidad de Magallanes*

*Punta Arenas, Chile*

## Resumen

El Campeonato Escolar de Matemáticas (CMAT) es una actividad que se realiza a nivel nacional en las principales ciudades del país (Arica, Antofagasta, Copiapo, Coquimbo, Valparaíso, Santiago, Rancagua, Talca, Concepción, Puerto Montt, Puerto Natales y Punta Arenas) que convoca a estudiantes de los sectores educacionales municipales, particulares subvencionados y particulares pagados. Se participa en las modalidades individual y grupal durante cinco fechas (cuatro regulares y una especial). La versión XIV del CMAT es la primera experiencia en resolución de problemas de manera competitiva para los estudiantes de séptimo y octavo básico de nuestra región. Una de las actividades realizadas por los escolares fue resolver un problema grupal en cada una de las fechas del campeonato.

El objetivo de la presente comunicación es dar a conocer las características de los problemas planteados a los equipos de estudiantes según la opinión de los docentes a cargo del proceso enseñanza-aprendizaje de los, casi cien (100), estudiantes participantes en el campeonato escolar. Cabe señalar que los docentes participantes consultados no participaron en la etapa de diseño de los problemas.

Para recoger la información se utilizó como instrumento un cuestionario basado en diez preguntas sugeridas en la literatura relacionada con el método de aprendizaje basado en problemas (ABP); siete sugeridas en [2] y tres en [1].

En el método de enseñanza ABP aparecen como elemento esencial *los problemas* porque son ellos los que actúan como iniciadores/detonadores del proceso de aprendizaje (ver, por ejemplo, [3] y [4]). Luego, en la etapa de diseño de problemas se puede considerar como criterio de decisión un instrumento que permita caracterizar los problemas para seleccionar aquellos que mejor respondan a los objetivos planteados.

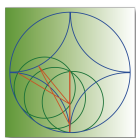
## Referencias

- [1] DON WOODS, *Preparing for PBL*,. Online <http://chemeng.mcmaster.ca/problem-based-learning/woods-preparing-for-pbl> (2006).
- [2] DOLMANS, DIANA HJM, HETTY SNELLEN-BALENDONG, AND CEES PM VAN DER VLEUTEN, *Seven principles of effective case design for a problem-based curriculum*, Medical Teacher, (1997). **19**(3), 185-189.

---

\*Parcialmente financiado PMI MAG 1502, e-mail: [richard.lagos@umag.cl](mailto:richard.lagos@umag.cl)

- [3] ESCRIBANO A. Y DEL VALLE A., *El aprendizaje basado en problemas: una propuesta metodológica en educación superior* Narcea, S.A. de Ediciones, Madrid, (2008).
- [4] LAGOS, R. Y MALDONADO, P., *Manual de metodología del aprendizaje basado en problemas para formación en ingeniería en el contexto STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics)*. Producto final del proyecto FONAD Prog. 028007 financiado por la Dirección de Docencia de la Universidad de Magallanes. Documento no publicado, (2016).



# Una Aproximación a la Metodología de Estudio de Clases Japonés en la Implementación del Nuevo Currículum de Asignaturas Matemáticas en la Universidad Tecnológica de Chile INACAP

*Germán Osses Romano\**

*Universidad Tecnológica de Chile INACAP*

*Sede Puente Alto*

*Santiago, Chile*

## Resumen

La Metodología del Estudio de Clases (MEC) (Jugyou Kenkyu en japonés), comenzó a desarrollarse como un proceso sistemático en el Japón durante la era Meiji (1868-1912). En la actualidad, esta metodología pertenece al proceso de perfeccionamiento docente que debe realizar de manera obligatoria cualquier profesor que se desempeña en el sistema educativo japonés. Arturo Mena Lorca [1] define de dos maneras la MEC. La primera propone que "es un proceso mediante el cual los profesores trabajan en común para mejorar progresivamente en sus métodos pedagógicos, examinándose y criticándose mutuamente las técnicas de enseñanza" y en la segunda señala que "El Estudio de Clases, es un medio de capacitar a los profesores para que desarrollen sus propias prácticas pedagógicas. Consta de tres aspectos bien definidos, que se realizan de manera reiterada: un grupo de profesores prepara una clase (o conjunto de clases), luego uno de ellos la enseña, públicamente o no, y finalmente se hace una sesión de revisión y crítica". Dado que esta metodología se presenta como una estrategia de trabajo en equipo de docentes, se hace imprescindible la colaboración de todos los entes que componen la comunidad educativa.

En particular, esta experiencia se llevó a cabo en la Universidad Tecnológica de Chile INACAP, Sede Puente Alto, como parte de un proceso de desarrollo profesional docente continuo, enmarcado en la implementación del nuevo currículum de las asignaturas matemáticas de primer año, que está basado en el aprendizaje centrado en la activación de la resolución de problemas en el aula (ACERPA). De esta manera, se busca que el estudiante construya conocimiento matemático al momento de ser enfrentado a problemas no rutinarios de diversa complejidad, proceso del cual emergen estrategias de resolución mediadas por el docente en el aula. En esta misma línea, adherimos a la idea de problema descrita por Isoda y Olfos [2], quienes mencionan que "El verdadero problema es aquel que pone al alumno en una situación nueva, ante la cual no dispone de procedimiento inmediato para su resolución. Por ende, un problema se define en cuanto a su relación con el sujeto que lo enfrenta y no en cuanto a sus propiedades intrínsecas. Un problema puede ser un ejercicio para un alumno de un curso superior y de hecho un enunciado que fue un problema para un alumno deja de serlo una vez que lo resuelve".

En esta experiencia participaron todos los docentes del área de Matemática de la sede Puente Alto que imparten las asignaturas iniciales de matemática en las diferentes áreas de especialidad (Construcción, Electricidad y Electrónica, Informática y Telecomunicaciones, Administración y Negocios, Mecánica y Procesos Industriales) tanto para la jornada diurna, como para la jornada vespertina. Además, fueron incluidos tres docentes recién integrados al área de Matemática de la Sede Puente Alto, quienes por primera vez trabajaban en la ESTP, y más aun, primera vez que desarrollaban su labor docente con metodologías activas en aula. Se realizó una jornada de

\*Universidad Tecnológica de Chile INACAP, Sede Puente Alto. e-mail: [german.osses@inacapmail.cl](mailto:german.osses@inacapmail.cl)

planificación conjunta de problemas, donde se comunicaron experiencias previas con la finalidad de mejorar la propuesta didáctica existente. Posteriormente, se seleccionaron a los docentes nuevos como foco de observación, poniendo especial atención en los aspectos didácticos de la clase y la construcción de conocimiento matemático de los estudiantes. Finalmente, se realizó una reunión con los docentes nuevos, para retroalimentar las ejecuciones de las clases. Este proceso de tres etapas se repitió dos veces, coincidiendo con el tiempo asignado para la primera unidad de las asignaturas en cuestión. Al finalizar ambas repeticiones, se realizó una reunión de evaluación con todo el equipo docente del área matemática, con la finalidad de proseguir con el mejoramiento continuo de las clases de la primera unidad, que serán implementadas en el segundo semestre del año 2018. El equipo docente, y en especial los docentes nuevos, posterior a la experiencia vivida, mencionaron las virtudes de la MEC en el proceso de construcción de conocimiento matemático centrado en la resolución de problemas en el aula, dado que permite la apertura de espacios de reflexión, discusión, capacitación, instrucción y retroalimentación que contribuyen al desarrollo profesional docente, y por ende, al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación matemática técnica profesional.

Trabajo realizado en conjunto con:

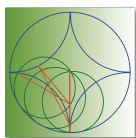
**Lorena Rosas Toro**<sup>1</sup>, Universidad Tecnológica de Chile INACAP, Sede Puente Alto.

## Referencias

- [1] ISODA, M.; ARCAVI, A.; MENA, A., *El Estudio de Clases japonés en Matemáticas*. Ediciones Universitarias de Valparaíso, Segunda Edición, (2008).
- [2] ISODA, M. Y OLFOS, R. *El enfoque de Resolución de Problemas en la enseñanza de la Matemática a partir del Estudio de Clases*, Ediciones Universitarias de Valparaíso de la Universidad Católica de Valparaíso. Valparaíso. Chile, (2009).

---

<sup>1</sup>Universidad Tecnológica de Chile INACAP, Sede Puente Alto, e-mail: [lorena.rosas03@inacapmail.cl](mailto:lorena.rosas03@inacapmail.cl)



# Diseño de un Cuestionario para Evaluar el Conocimiento Didáctico-Matemático para Enseñar Matemáticas Elementales

*Nataly Pincheira\**

*Pontificia Universidad Católica de Chile  
Villarica, Chile*

## Resumen

La destacada importancia de la formación inicial docente en la calidad de la educación, ha sido parte de la preocupación por mejorar la preparación de los futuros profesores, especialmente en el área de la matemática, sobre todo si consideramos los bajos resultados obtenidos por nuestro país tanto en evaluaciones internacionales como nacionales que refieren sobre la calidad de los egresados de las carreras de pedagogía en Educación Básica. Un ejemplo de esto es el estudio comparativo internacional Teacher Education and Development Study in Mathematics TEDS-M [5], que evalúa la formación inicial docente de los maestros de primaria y secundaria en matemáticas, ubicando a Chile entre los peores del mundo, en penúltimo lugar. De igual manera, la prueba INICIA evidencia grandes vacíos en el ámbito disciplinar y pedagógico que poseen los egresados de las carreras de pedagogía en Educación Básica.

Es en este contexto que surge la necesidad de contar con instrumentos que permitan analizar el conocimiento didáctico-matemático que poseen los futuros profesores de Educación Básica para enseñar matemáticas elementales, para así diagnosticar y comprender las necesidades de formación tanto didácticas como disciplinares, con el propósito de mejorar la calidad de la formación inicial docente. De acuerdo con [4], se entenderá por matemática elemental como la comprensión profunda de las matemáticas que debería poseer un profesor para ejercer en plenitud su tarea de enseñar matemáticas a niños y niñas, en los primeros años de escolaridad.

Es por ello, que en este trabajo se presenta el proceso de construcción y validación de un instrumento cuyo propósito es evaluar aspectos parciales del conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de las matemáticas elementales en futuros profesores de Educación Básica. Con esta finalidad, nos hemos situado desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la instrucción matemática [1], [2], pues éste brinda herramientas de análisis que permiten aportar evidencias para la mejora de la formación inicial docente.

Esta investigación es de tipo exploratorio, dados los escasos estudios existentes en nuestro país sobre el tema. Para alcanzar el propósito de construir un instrumento que permita evaluar el conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de las matemáticas elementales que poseen los futuros profesores de Educación Básica, nos hemos basado en el modelo propuesto por [6]. Para la contrastación de la validez de los ítems que componen el instrumento, que corresponde a un cuestionario de respuesta abierta, se ha considerado la revisión de dicho instrumento por medio del juicio de expertos y el análisis de los ítems a partir de una aplicación piloto.

El instrumento fue sometido a un proceso de validación por tres expertos en didáctica de la matemática y formación de profesores en Chile. Esto permitió analizar la pertinencia de los ítems del cuestionario según las categorías del modelo de conocimiento didáctico matemático.

---

\*e-mail:npincheirah@uc.cl

Luego de la reestructuración del cuestionario a partir del juicio de expertos, se llevó a cabo la aplicación piloto del instrumento de manera voluntaria a 12 estudiantes de Pedagogía en Educación General Básica que cursaban su cuarto año de carrera. El objetivo de esto fue analizar las posibles limitaciones que podría presentar el instrumento en cuanto a su redacción, orden, comprensión de los ítems y subítems diseñados, como así también la pertinencia del tiempo para responder (90 minutos). La aplicación piloto del instrumento también se consideró el análisis de las respuestas del cuestionario, asignando 2 puntos a la respuesta correcta, 1 si es parcialmente correcta y 0 si responde manera incorrecta. Cabe señalar que no hubo ningún estudiante de Pedagogía en Educación General Básica alcanzó el puntaje máximo del instrumento (44 puntos). Por otra parte el 75 % de ellos alcanzó un puntaje inferior a 24 puntos.

Mediante este trabajo, se ha mostrado el proceso de diseño, construcción y validación del instrumento, lo que ha llevado a refinar y elaborar la versión final del cuestionario CDM-Matemáticas Elementales.

Trabajo realizado en conjunto con:

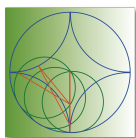
**Claudia Vásquez Ortiz**<sup>1</sup>, Pontificia Universidad Católica de Chile  
Villarica, Chile

## Referencias

- [1] GODINO, J., *Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática*, Recherches en Didactique des Mathématiques, **22**,(2/3),(2002). 237-284.
- [2] GODINO, J.; BATANERO, C. Y FONT, V., *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*, ZDM, **39**,(1/2),(2007). 127-135.
- [3] HILL, H. C.; BALL, D. L. Y SHILLING, S. G., *Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of student*, Journal for Research in Mathematics Education, **39**,(1/2),(2007). 372-400.
- [4] MA, L., *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*, Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates,(1999).
- [5] TATTO, M.; SCHWILLE, J.; INGVARSON, L.; ROWLEY, G. Y PECK, R., *Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*, Amsterdam: IEA,(2012).
- [6] VÁSQUEZ, C. Y ALSINA, A., *Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesorado de Educación Primaria sobre Probabilidad: Diseño, Construcción y Validación de un Instrumento de Evaluación*, BOLEMA, **52**,(29),(2015). 681-703.

---

<sup>1</sup>e-mail: [cvasque@uc.cl](mailto:cvasque@uc.cl)



## Sentido Numérico para el Sistema Complejo Desde el Contexto Eléctrico

**Fabián Quiroga Merino\***

*Departamento de Currículum e Instrucción*

*Universidad de Concepción*

*Concepción, Chile*

### Resumen

La Unidad de Currículum (UCE) del Ministerio de Educación de Chile, en el año 2009, plantea en sus Mapas de Progreso del Aprendizaje correspondiente a Números y Operaciones que el tránsito en este eje se realiza considerando tres dimensiones, siendo la primera la comprensión y uso de los números, lo que definen como la "comprensión del significado de los números, la forma de expresarlos y los contextos numéricos a los que pertenecen" [3, p.4]. Sin embargo, para el Sistema Numérico Complejo, en el nivel de Tercero Medio, el proceso de enseñanza-aprendizaje que se lleva a cabo en la escuela está centrado en procedimientos algebraicos mecanizados, rompiendo la esencia de número transversal en los programas para los otros sistemas. Su conceptualización suele basarse en el desarrollo histórico que se conoce de este objeto y se ve mermada además por las representaciones asociadas al número complejo: en los textos de estudio, se presentan sólo dos tipos, la algebraica y la vectorial, lo que resulta conveniente para el profesor porque los estudiantes ya están familiarizados y han trabajado con estos registros de representación semiótica, pero se podría producir una invisibilización del número complejo como nuevo objeto matemático al confundirlo con los ya conocidos. Frente a este escenario, surge la inquietud de identificar contextos en que este objeto matemático podría ser realmente utilizado como un número e indagar cuáles representaciones son las más apropiadas para iniciar su trabajo. Es entonces que el caso de la electricidad emerge como uno privilegiado para dotar al número complejo de su esencia numérica al estar asociado a una magnitud y cuantificar "algo". La Primera Ley de Kirchhoff indica que al medir la Intensidad de corriente total en un circuito en paralelo, esta coincidirá con la adición de las Intensidades medidas en cada una de las cargas conectadas en el circuito. Sin embargo, si se considera un circuito en paralelo conectado a una fuente de Corriente Alterna (CA), con una carga de tipo resistiva y otra de tipo inductiva por ejemplo, al realizar la adición de las Intensidades de corriente de cada una de ellas, no coincidirá con la Intensidad total del circuito, incongruencia que ocurre porque se está intentando modelar el fenómeno eléctrico mediante números reales, objeto matemático que no lo representa correctamente. Si consideramos una representación fasorial, la Intensidad de corriente de la carga resistiva está en igual dirección y sentido que el voltaje de dicha carga, pero para el caso de la carga inductiva, la Intensidad experimenta un desfase respecto al voltaje, por lo tanto, la adición de las corrientes se debe realizar con un método adecuado, como el del paralelogramo (ver Figura 1). Lo que ocurre posteriormente es que en el tratamiento de este tipo de fenóme-

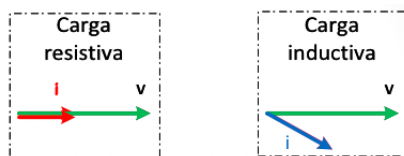


Figura 1: Representación fasorial

\*e-mail: [fquiroga@udec.cl](mailto:fquiroga@udec.cl)

nos eléctrico es necesario realizar distintos tipos de operatoria, para lo que la utilización de la representación fasorial se vuelve ineficiente y es entonces cuando surge la necesidad de emplear otro objeto matemático que modele el fenómeno de forma correcta y que permita una mayor fluidez en el trabajo, siendo éste el número complejo, en su representación polar en primera instancia y luego transitando hacia la representación algebraica. Un caso concreto en donde se trabaja con lo anteriormente descrito se da en la asignatura de Electrotecnia II de la carrera de Técnico Universitario en Electricidad de la Universidad Técnica Federico Santa María, Sede Concepción, por tanto se propone una Investigación de carácter cualitativo, correspondiente a un estudio de caso que considera dos grupos paralelos con el objetivo de caracterizar en este contexto prácticas generadoras, en el marco de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) [1], de un sentido numérico para el número complejo como un modelo para un fenómeno eléctrico, determinando qué registros de representación semiótica son mayormente utilizados y de qué forma esto contribuye a alcanzar una comprensión del significado del objeto matemático. Durante el segundo semestre del año 2017 se grabaron un total de cuatro sesiones de clase de 5 horas pedagógicas cada una, a partir de las que se está obteniendo información bajo el método de Análisis de Contenido, como lo sugieren [2] en sus Pautas para la elaboración de Estudios de Caso.

Luego de completar una primera revisión de patrones e identificación de categorías para las prácticas asociadas al sentido numérico, se observa que la metodología utilizada por los profesores en las clases es principalmente experimental, enfrentando a los estudiantes a ensayos que deben ser contrastados con la teoría. Los alumnos trabajan con experiencias en que no se verifica la Primera Ley de Kirchhoff inmediatamente, lo que lleva a reflexionar en torno al fenómeno de desfase producido por la corriente alterna, por tanto, se hace necesario un objeto matemático que permita modelar el fenómeno correctamente, justificando la utilización del número complejo. De este modo, se transita desde una representación fasorial a la conversión en forma polar del número complejo, y posteriormente a su forma canónica, solo cuando la necesidad de optimizar la operatoria lo amerita. Se concluye que el contexto que está siendo estudiado exhibe situaciones concretas en que las prácticas de utilización del número complejo se alejan de las de algoritmización usuales en el ámbito escolar, puesto que en este caso están directamente relacionadas con el carácter de modelo de cuantificación de fenómenos que posee el complejo. Existen indicios de que las prácticas generadoras de los docentes significan al número complejo a través de un uso contextualizado, otorgándole el sentido de número que le es propio en cuanto lo construyen desde la cuantificación de un fenómeno eléctrico. El trabajo a través de la representación polar por sobre la canónica contribuye a una construcción conceptual verdadera del número complejo puesto que es exclusiva de este objeto.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Patricia Fuentes A.**<sup>1</sup> Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Italo Cicarelli B.**<sup>2</sup>, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

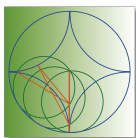
## Referencias

- [1] CANTORAL, R., *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: Estudios sobre Construcción Social del Conocimiento*, México: Editorial Gedisa S.A.,(2016).
- [2] LUNA, E., Y RODRÍGUEZ, L., *Pautas para la Elaboración de Estudios de Caso*, Sector de Conocimiento y Aprendizaje - BID. Vicepresidencia de Sectores y Conocimiento,(2011).
- [3] MINEDUC, UCE, *Mapas de Progreso del Aprendizaje. Números y Operaciones*, Santiago de Chile, (2009).

---

<sup>1</sup>e-mail: [patriciafuentes@udec.cl](mailto:patriciafuentes@udec.cl)

<sup>2</sup>e-mail: [italocicarelli@udec.cl](mailto:italocicarelli@udec.cl)



# Análisis de las Fuentes de Autoeficacia en Cursos Donde se Realizan Actividades de Resolución de Problemas

*Cristián Reyes\**

*Centro de Investigación Avanzada en Educación*

*Universidad de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

Autoeficacia es definida comunmente como la creencia de una persona en sus propias habilidades para alcanzar una meta o realizar una tarea. Esto cobra particular significancia en la sala de clases, donde estudiantes con baja autoeficacia caen en un círculo vicioso en el cual el profesor tiene bajas expectativas de aquellos estudiantes, propone actividades poco desafiantes y el estudiante profundiza su baja autoeficacia. En esta investigación presentamos un contexto de un curso de matemática en el cual se realizan actividades de resolución de problemas, donde los estudiantes trabajan en grupos formados al azar, en el cual una estudiante con necesidades educativas especiales rompe el círculo vicioso de baja autoeficacia en matemáticas. Mostramos, usando las cuatro fuentes de aumento de autoeficacia de Bandura y ofrecemos matices al marco original

ARPA es el acrónimo de “Activando la Resolución de Problemas en las Aulas”, es un programa de desarrollo profesional docente que pretende instalar actividades genuinas de resolución de problemas (RP) en las Aulas. Una de las actividades del programa es un taller, llamado RPAula, de 9 sesiones en un año escolar, una sesión al mes, y entre cada sesión los profesores y profesoras realizan actividades de resolución de problemas en el aula, que luego se reflexiona sobre ellas en la siguiente sesión [5]. En los talleres participan profesores de enseñanza básica y profesionales PIE, quienes planifican y gestionan en conjunto las actividades de RP en el aula. Uno de estos talleres realizado en una localidad de la región de Valparaíso, contó con la participación de la profesora de matemática y profesional PIE<sup>1</sup> de una estudiante de quinto grado, llamada Cristina, que está diagnosticada con Ataxia, una enfermedad que entre otras consecuencias, produce problemas de comunicación oral. Una vez que sus profesoras comienzan a participar del taller RPAULA, Cristina trabaja con sus compañeras en grupos ordenados en forma aleatoria resolviendo problemas matemáticos desafiantes, aumenta su autoconfianza en matemática y “saca su voz”. Para estudiar el cambio en autoeficacia de Cristina, utilizamos los lentes de las cuatro fuentes de Bandura [1], [2],[3],[4] que a saber son: mastery experiences, vicarious experiences, social persuasions, and emotional/physiological reactions. Realizamos entrevistas a Cristina, a su madre, a su profesora de matemática y a su profesora diferencial. Las entrevistas semiestructuradas, fueron realizadas por investigadores del equipo, transcritas y traducidas al inglés. Los investigadores analizaron las entrevistas individualmente, y en grupos de trabajo seleccionaron secciones de las entrevistas que dan cuenta del cambio de Cristina y clasificaron las fuentes del cambio. A modo de ejemplo, mostramos una segmento de la entrevista a la profesional PIE, que trabaja con Cristina.

\*Se agradece el financiamiento otorgado por el Fondo Basal para Centros de Excelencia proyecto FB0003 de PIA-CONICYT. e-mail: [cristian.reyes@ciae.uchile.cl](mailto:cristian.reyes@ciae.uchile.cl)

<sup>1</sup>Programa de Integración Escolar.

*ENTREVISTADOR: [Segunda voz] Sí, yo te iba a preguntar si habían otros aspectos -aparte de esto de preparar la clase o hacer la clase- que crees que también ayudó a este cambio, a lo mejor, en Cristina.*

*ENTREVISTADA: Por eso te digo: la disposición nuestra, a cómo fuimos haciendo la mediación. A como fuimos dándole la confianza. Yo creo que esos tipos de mediación funcionan. Porque, primero partimos y le damos un cierto tipo de mediación: teníamos los materiales adecuados para ella. Y muchas veces teníamos simplificaciones para ella, planificábamos un problema más simple, o con más apoyo concreto, o planificábamos problemas con números más pequeños para ella. Y nos dimos cuenta que no fue necesario ocuparlo. ¿Me entiendes? Y eso fue también abriéndonos los ojos de que los niños tenían más capacidad que lo que nosotros mismos creíamos. Entonces, tú tenías una disposición distinta... Y de acuerdo a eso, tú vas dando apoyos distintos también, que tú mismo, a lo mejor, no lo tienes planeado, pero se te va dando y tú te vas después dando cuenta que ella puede. Y lo conversábamos después con la profesora.*

En este relato se observa como aumenta la autoeficacia de la estudiante con Necesidades Educativas Especiales, e incluso cambia las creencias de sus profesoras.

Presentaremos en este trabajo esas fuentes de Bandura encarnadas en el cambio de Cristina, finalmente mostraremos algunos temas emergentes que surgen de la investigación y que enriquecen el marco original. Estos temas emergentes se refieren a cómo actúan las fuentes de Bandura, cuando la persona está en público versus cuando ocurre en forma individual.

Trabajo realizado en conjunto con :

**Peter Liljedahl**<sup>2</sup>, Faculty of Education, Simon Fraser University, Vancouver, Canada.

**Annette Rouleau**<sup>3</sup>, Faculty of Education, Simon Fraser University, Vancouver, Canada.

**Natalia Ruiz**<sup>4</sup>, Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

## Referencias

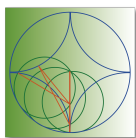
- [1] BANDURA, A., *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall,(1986).
- [2] BANDURA, A., *Self-efficacy*, Ramachaudran, V.S. (Ed.), *Encyclopedia of Human Behavior*, New York, NY: Academic Press,(1994).4, 71-81.
- [3] BANDURA, A., *Self-efficacy: The exercise of control*.New York, NY: W. H. Freeman & Co.,(1994).
- [4] BERGER, A., *Self-efficacy, special education students, and achievement: Shifting the lens*, *Rivier Academic Journal*, (2013).9(2), 1-9.
- [5] FELMER, P., Y PERDOMO-DÍAZ, J., *Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemática centrado en las habilidades: la resolución de problemas como eje articulador*, *Educación Matemática*, (2017).29(1), 201-217.

---

<sup>2</sup>e-mail: liljedahl@sfu.ca

<sup>3</sup>e-mail: arouleau@sfu.ca

<sup>4</sup>nruiz@dim.uchile.cl



# Idoneidad Didáctica de Programas Formativos sobre Didáctica de la Estadística

*Felipe Ruz\**

*Departamento de Didáctica de la Matemática*

*Universidad de Granada*

*Granada, España*

## Resumen

La formación y desarrollo profesional del profesor es un tópico cada vez más investigado en el campo de la didáctica de la estadística, como se reporta en [2] y [1]. En este contexto, diversas investigaciones aseguran que muchos docentes consideran que no están bien preparados para enseñar estadística ni para afrontar las dificultades que este proceso implica. Además, en el marco de la corriente internacional que ha reformado la enseñanza de la estadística en la escuela, se han incrementado las expectativas de aprendizaje de la disciplina. De esta forma, han surgido nuevas metas para la formación de profesores de matemática, quienes deben responder satisfactoriamente a las exigencias actuales de su campo profesional en esta materia.

Reconociendo la compleja y variable tarea que implica a los profesores hacerse responsables de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística, consideramos valioso proponer un instrumento que permita sistematizar la colección de normas que orientan este proceso formativo y evaluar algunos casos concretos. En consecuencia, en este reporte presentamos los resultados de evaluar los programas formativos sobre didáctica de la estadística de cuatro universidades chilenas, según la colección de indicadores que conforman la “*Guía de Valoración de la Idoneidad Didáctica de procesos de instrucción en didáctica de la estadística*” (GVID-IDE) propuesta por Ruz, Contreras y Molina-Portillo en [6].

La Teoría de Idoneidad Didáctica fue introducida por Godino en [3] dentro del sistema teórico inclusivo y dinámico conocido como Enfoque Onto-Semiotico. En nuestro caso, un proceso de instrucción logrará un alto grado de idoneidad didáctica si es capaz de articular de manera sistémica, los seis criterios parciales de idoneidad (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica), referidos a cada una de las seis facetas o dimensiones implicadas en los procesos de instrucción matemática. Según Godino, Batanero, Rivas y Arteaga en [4], para evaluar procesos de instrucción sobre didáctica de la matemática es necesario distinguir dos dimensiones de análisis a partir de las seis facetas mencionadas. La primera, que considere los conocimientos institucionales sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática respecto a los estudiantes (faceta epistémica) y la segunda, que abarque las cinco facetas restantes involucrando al formador con sus estudiantes. Por tanto, valorando la perspectiva con la que se analiza la formación en este sistema teórico, buscamos aportar con las adaptaciones necesarias para el caso de didáctica de la estadística.

Empleando una metodología cualitativa a través de la técnica de análisis de contenido, se identificó la presencia o ausencia de cada uno de los 90 indicadores que conforman la GVID-IDE en cuatro programas formativos sobre didáctica de la estadística Chilenos (P1 de la zona norte, P2 y P3 de la zona centro y P4 de la zona sur). En este sentido, debido a que el número de indicadores contenidos en cada faceta es distinto, los resultados de su implementación fueron contados de manera relativa al porcentaje de indicadores logrados por cada programa, para así elaborar una medida de idoneidad parcial que nos permita difundir y comparar los resultados

\*Parcialmente financiado por Programa Becas Chile CONICYT (72170025) y realizado en el marco del Proyecto FCT-16-10974 (FECyT-MINECO, España), e-mail: [felipe.ruz.angel@gmail.com](mailto:felipe.ruz.angel@gmail.com)

obtenidos. Además, complementamos estos resultados con el criterio cualitativo de Rivas en [5], que categoriza en tres los posibles resultados: (1) *Idoneidad baja* cuando el porcentaje de indicadores satisfechos es menor a 40; (2) *Idoneidad media* cuando este valor oscila entre 40 y 70, inclusive inferiormente; y (3) *Idoneidad alta* si el porcentaje es mayor o igual a 70. En cuanto a los resultados, estos son organizados según dos dimensiones de análisis. (1) La faceta epistémica, que con un total de 60 indicadores desglosados en seis contenidos didáctico-estadísticos, sintetizan los procesos de formación estadística que los futuros profesores van a enseñar a sus alumnos. Al respecto, los porcentajes de logro obtenidos varían entre un 45 y 58.3 %, catalogando con un grado de idoneidad epistémica *media* a cada programa analizado. (2) Las demás facetas, que se refieren al proceso formativo de los futuros profesores en términos: (a) cognitivos, cuyos resultados oscilan entre un 54.5 y 90.0 %, etiquetando con una idoneidad cognitiva *media* a P1, P3 y P4, y *alta* a P2; (b) afectivos, con porcentajes entre un 66.7 y 100 %, que asignan un grado de idoneidad afectiva *media* a P1, P3 y P4, y *alta* a P2; (c) interaccionales, cuya proporción de logro varió entre un 40 y 80 %, catalogando con una idoneidad interaccional *media* a P1 y P2, y *alta* a P3 y P4; (d) mediacionales, cuya medida de satisfacción osciló entre un 50 y 100 %, concluyendo una idoneidad mediacional *media* a P1 y *alta* a P2, P3 y P4; (e) ecológicos, con un porcentaje de logro entre un 55.6 y 66.7 %, asignando una idoneidad ecológica *media* para todos los programas analizados. Finalmente, destacamos a la GVID-IDE como un instrumento que nos permite analizar qué tan idóneos son actualmente los procesos de instrucción en didáctica de la estadística. Y a pesar de haber si ejemplificada su implementación en la realidad Chilena, proponemos que pueda extenderse a otras latitudes e imbricarse con sus exigencias locales.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Karen Ruiz-Reyes**<sup>1</sup>, Depto. de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España.

**José M. Contreras**<sup>2</sup>, Depto. de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España.

**Elena Molina-Portillo**<sup>3</sup>, Depto. de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España.

## Referencias

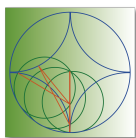
- [1] BATANERO, CARMEN; BURRILL, GAIL; READING, CHRIS (EDS.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education*, New York, Springer, (2011).
- [2] BEN-ZVI, DANI; MAKAR, KATIE; GARFIELD, JOAN (EDS.), *International Handbook of Research in Statistics Education*, Switzerland, Springer, (2018).
- [3] D. GODINO, JUAN, *Indicadores de la Idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, **8**(11), (2013). 111-132.
- [4] D. GODINO, JUAN; BATANERO, CARMEN; RIVAS, HERNÁN; ARTEAGA, PEDRO, *Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de la matemática*, Revemat, **8**(1), (2013). 46-74.
- [5] RIVAS, HERNÁN, *Idoneidad didáctica de procesos de formación estadística de profesores de educación primaria*, Tesis doctoral, Universidad de Granada, España, (2014).
- [6] RUZ, FELIPE; CONTRERAS, JOSÉ M.; MOLINA-PORTILLO, ELENA, *Guía de valoración de la Idoneidad Didáctica de procesos de instrucción en didáctica de la estadística*, Bolema, Río Claro, (en evaluación).

---

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Programa Becas Chile CONICYT (72160521), e-mail: karenruizreyes@gmail.com

<sup>2</sup>Realizado en el marco del Proyecto FCT-16-10974 (FECyT-MINECO, España), e-mail: jmcontreras@ugr.es

<sup>3</sup>Realizado en el marco del Proyecto FCT-16-10974 (FECyT-MINECO, España), e-mail: elemo@ugr.es



# Students' Perception Toward Mathematics Problem Solving

*Carmen Gloria Espinoza\**

*Centro de Investigacion Avanzada en Educacion (CIAE)  
Universidad de Chile  
Santiago, Chile*

## Resumen

Problem solving is considered to be a critical mathematics classroom activity in Chilean schools. While several studies have shown the ways wherein various set of beliefs can affect students' abilities to solve math problems, it is also needed to explicitly study which kind of beliefs and assumptions students may bring to the problem-solving process. As studies show, different sorts of beliefs perform different role in students' problem solving. For example, epistemic beliefs can influence the acquisition of knowledge, the interpretation of problems, and the selection of problem solving strategies. Students' self-efficacy beliefs positively impact their problem-solving abilities, finally, attitudinal beliefs may predict the behavior.

As Ruffell, Mayson, and Allen [1] declared the notion of attitude is complex and perhaps it is a construct of an observer's desire to formulate a story. According to Ajzen and Fishbein [2] "to predict a single behavior we have to assess the person's attitude toward the behavior" (p. 27). Thus, instead of arguing about the concept of attitude toward problem solving, we draw on Ajzen's [3] definition to approach it as a personal disposition to respond favorably or unfavorably to mathematics problem solving (MPS).

In order to study how students address their attitude toward problem solving, we should consider that students are gradually being exposed to solve problems across the K-12 school curriculum. Therefore, their beliefs and feeling about problem solving might vary across different school grades. The purpose of this study is to examine changes on the students' attitude toward problem solving in different grades from 5th to 8th. In this survey study, 292 elementary students from eight Chilean public schools participated. Among them, there were 157 fifth graders, 51 sixth graders, 48 seventh graders, and 36 eighth graders. To gain an insight into the disposition of students in MPS, they were asked to write their feelings about mathematics immediately after solving a non-routine problem. For example, they were asked to explain what do they like most about solving math problems in their math classes? The answers were coded independently by the three authors and them compared. Then, categories were created get a better sense of students' attitudes.

The results show that there are some changes between younger and elder students on their disposition towards mathematics and problem solving. When asked about what they like or dislike most in problem solving, the answers provided by younger students (grade 5) were mostly related to content. For instance, a student stated:

'What I really enjoy is that some problems are about sums and multiplication.'

In contrast, older students' (grade 6th to 8th) dispositions were mostly based on their learning and contributions to their own personal knowledge. For instance, a student answered in the following terms:

'We learn (something new) by solving problems. And we can use that knowledge in our life.'

---

\*Supported by CONICYT/Fondecyt Postdoctoral 3170673, e-mail: [yoya.se@gmail.com](mailto:yoya.se@gmail.com)

Their answers show differences between these two groups (younger and elder) of students. The older students expressed a strong belief that learning to solve mathematical problems was important for their life, let them solve life-related problems, made them smarter, and allowed them to perform better in everyday life. In fact, they valued higher MPS when compared with younger students who did not identify MPS as a necessary or relevant skill in the social context. The results coincide with what other researches have argued: older students that possess greater school experience can make more accurate judgment about their self-efficacy.

Joint work with:

**Farzaneh Saadati**<sup>1</sup>, Centro de Investigacion Avanzada en Educacion (CIAE), Universidad de Chile.

**Luz Valoyes**<sup>2</sup>, Centro de Investigacion Avanzada en Educacion (CIAE), Universidad de Chile.

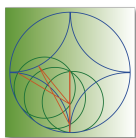
## Referencias

- [1] RUFFELL, MOYRA, JOHN MASON, BARBARA ALLEN, *Studying attitude to mathematics* , Educational Studies in Mathematics, (1998). **35**(1). 1-18.
- [2] AJZEN, ICEK, MARTIN FISHBEIN, *Understanding attitudes and predicting social behavior*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs: NJ,(1980).
- [3] AJZEN, ICEK, *Attitudes, personality, and behavior*, Chicago Dorsey Press,(1988).

---

<sup>1</sup>Partially supported by PIA/CONICYT Basal Funds for Centers of Excellence Project FB0003, e-mail: [farzaneh.saadati@ciae.uchile.cl](mailto:farzaneh.saadati@ciae.uchile.cl)

<sup>2</sup>Partially supported by Supported by CONICYT/Fondecyt Postdoctoral 3180238, e-mail: [luz.valoyes@ciae.uchile.cl](mailto:luz.valoyes@ciae.uchile.cl)



# Experiencias de Aprendizaje y Recorridos en Disciplinas STEM: Historias de Vida sobre el Acceso a la Educación Superior de Estudiantes Mapuche de Pre y Postgrado en la Universidad Austral de Chile

**Marta Silva Fernández\***

*Instituto de Ciencias de la Educación*

*Universidad Austral de Chile*

*Valdivia, Chile*

## Resumen

Varios estudios se han dedicado a comprender los factores que afectan las altas tasas de retención de estudiantes indígenas en la educación superior. Sin embargo, poco se sabe acerca de aquellos que completan con éxito sus programas de pregrado en campos STEM.

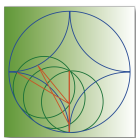
Esta investigación, utilizando el enfoque de la historia de vida, tuvo como objetivo analizar las trayectorias académicas de 11 estudiantes mapuches que se acercaban a la graduación o que se habían graduado recientemente y que comenzaban estudios de postgrado en el centro-sur de Chile. El análisis demostró que, de acuerdo con la teoría del aprendizaje situado, estos estudiantes tuvieron gran éxito en completar sus programas debido a la temprana participación periférica legítima en las comunidades que fomentaron una cultura académica constituida por sus familias, maestros y amigos particulares a lo largo de su vida [1]. A pesar de la falta de recursos materiales en su contexto de ruralidad, han negociado con éxito sus identidades como estudiantes indígenas y académicamente talentosos. Estos resultados sugieren que los padres y maestros que promueven una actitud positiva hacia la cultura académica y la identidad indígena tienen un fuerte impacto en el acceso de los estudiantes a sus programas en disciplinas STEM y la terminación de los mismos.

## Referencias

- [1] LAVE, JEAN; WENGER, ETIENNE, *Situated learning: Legitimate peripheral participation*, New York: Cambridge University Press, (1991).

---

\*Financiado por Fondecyt de Iniciación en Investigación N 11170994: Trayectorias Académicas de Estudiantes de Postgrado Pertenecientes a Pueblos Originarios en programas STEM (Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) en el centro-sur de Chile (2017-2020), e-mail: [marta.silva@uach.cl](mailto:marta.silva@uach.cl)



# Caracterización de las Interacciones en Clases de Matemática en Instituciones de Acceso Abierto

*Valentina Toro Vidal\**

*Escuela de Ingeniería y Ciencias*

*Universidad de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

Este trabajo se centra en las interacciones en clases de matemática en instituciones de acceso abierto de Educación Superior. Se observan 9 clases de un instituto profesional y se levanta información de ellas a través de registros de las acciones de los participantes de la clase. A raíz de esto se ve que los docentes usan principalmente recursos como preguntas breves, exposición y espacios de trabajo individual. En los estudiantes se ve alta participación, tanto en respuesta al docente, como a través de redes apoyo entre compañeros. Estos resultados dan pistas de interacciones que se pueden aprovechar para, a posteriori, abrir oportunidades de aprendizaje en sala.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Sergio Celis Guzmán<sup>1</sup>**, Escuela de Ingeniería y Ciencias, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

## 1. Introducción

En el sistema de Educación Superior chileno, la educación matemática y los profesores de institutos profesionales y centros de formación técnica son poco observados. Considerando que este tipo de instituciones corresponden al 44 % de la matrícula de pregrado y concentran a estudiantes socioeconómicamente vulnerables, además de la importancia de la matemática en el acceso, retención y éxito académico, se hace sumamente importante estudiar a los profesores de matemática y sus salas de clases en estas instituciones.

Las interacciones en sala dan forma a la enseñanza y aprendizaje de la matemática [3, 4]. Por ejemplo, en contextos similares se ha visto que promover el trabajo colaborativo logra que los alumnos avancen en profundidad al resolver problemas matemáticos [1]. También se ha visto que en estas instituciones las clases tienen una alta participación de los estudiantes, aunque las actividades propuestas para ellos son de baja demanda cognitiva [2]. También se ha visto cómo Esta investigación quiere identificar más formas de interacción y sus efectos en la participación y las oportunidades de aprendizaje.

## 2. Metodología

Los 4 docentes investigados pertenecen a un instituto profesional grande en Chile. Los datos de la investigación corresponden a 9 observaciones de clases regulares de estos docentes, realizadas a lo largo de 3 meses. Se coordinaba con los docentes investigados para que uno de los autores asistiera a su clase. Los observadores tienen cuidado en no obstaculizar la realización de la clase y en ningún momento intervenir. Además, en cada clase el o la observadora debe completar 3 documentos:

\*Parcialmente financiado por proyecto FONDECYT 11160656, e-mail: [valentina.toro@ug.uchile.cl](mailto:valentina.toro@ug.uchile.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [scelis@ing.uchile.cl](mailto:scelis@ing.uchile.cl)

1. **Activity log:** se divide la clase en bloques de 5 minutos y, durante la clase, quien observa debe identificar las actividades y registrar con códigos predefinidos las actividades que se realizan en el bloque que corresponde.
2. **Draw log:** se dibuja la disposición de la sala y se identifica a los participantes de la clase. Durante la clase se marca el movimiento de los participantes a través de la sala, las intervenciones (por ejemplo, preguntas) y grupos de trabajo que se forman. Además se deja registro de situaciones particulares (gente conversando, uso de celulares o calculadora, etc.).
3. **Problem log:** registra los enunciados propuestos a los estudiantes para ser resueltos o entendidos, pudiendo ser estos ejercicios, problemas largos, demostraciones, etc.

Los resultados a presentar a continuación representan una primera revisión de las observaciones realizadas hasta el momento y los 3 documentos correspondientes a cada una de ellas.

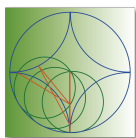
### 3. Resultados preliminares

Los principales recursos utilizados por los docentes son las *preguntas breves mientras se expone contenido*, cubriendo en promedio el 42 % del transcurso de una clase. Le siguen la *exposición de contenido sin preguntas* (39 %) y el *trabajo individual durante la clase* (28 %). El uso de estos recursos genera clases con mucho movimiento, tanto del docente como de los estudiantes, y con mucha participación de los estudiantes, pudiendo ser en respuesta a la exposición del docente (preguntas, respuestas breves) o durante el trabajo individual. Al ver cómo interactúan los estudiantes, llama la atención la presencia de redes de apoyo entre alumnos, lo que les permite explicar y resolver dudas entre pares. Esta acción no necesariamente es fomentada por el docente, ocurriendo en general durante el trabajo “individual”. También son relevantes las interacciones docente-estudiante, ya que se dan en general gracias al monitoreo constante del docente durante la resolución de actividades en clases. Otra situación interesante es que el uso de preguntas breves durante la exposición supere la exposición unilateral de contenido.

Queda aún pendiente ver cómo estas acciones en la sala de clase se relacionan con los contenidos expuestos o con los problemas propuestos. Sin embargo, las interacciones observadas son posibles oportunidades de aprendizaje, especialmente por las posibilidades de promover el trabajo colaborativo y de dar herramientas a los docentes para hacer intervenciones con alta demanda cognitiva.

### Referencias

- [1] CELIS, TORO-VIDAL, QUIROZ *Empowering Classroom Groups: A Driving Obligation of Math Faculty in Open-Access Institutions in Chile*. 42 Annual ASHE Conference, Houston, TX, (2017).
- [2] MESA, *Classroom Interaction between Remedial and College Mathematics Courses in a Community College*. Journal on Excellence in College Teaching, (2011). **22**, 21-55.
- [3] SFARD, *There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning*. Educational Studies in Mathematics, (2001). **46**, 13-57.
- [4] YACKEL, COBB *Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education, (1996). **27**, 458-477.



# Caracterización de un Modelo para Fomentar la Alfabetización Probabilística en Educación Primaria

*Claudia Vásquez\**

*Pontificia Universidad Católica de Chile  
Villarica, Chile*

## Resumen

La necesidad de desarrollar la alfabetización probabilística desde las primeras edades ha cobrado relevancia durante las últimas décadas producto de su utilidad y aplicabilidad en diversos campos del conocimiento, al proporcionar modelos probabilísticos para medir la incertidumbre. Asimismo, el aprendizaje de la probabilidad contribuye al desarrollo de un pensamiento crítico que permite a los ciudadanos comprender y comunicar distintos tipos de información presentes en numerosas situaciones de la vida diaria en las que los fenómenos aleatorios, el azar y la incertidumbre están presentes. Por tanto, surge la necesidad de contar con ciudadanos alfabetizados probabilísticamente, desde temprana edad, es decir, ciudadanos capaces de hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones"[1, p.40]. Es en este sentido que el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) incluyó de manera inicial a Datos y Azar como área temática [6], reforzando, posteriormente, esta iniciativa en los Principles and Standard for School Mathematics [5] los cuales enfatizan la necesidad de contar con programas de enseñanza orientados a desarrollar los conocimientos, capacidades y actitudes necesarias para desenvolverse adecuada y críticamente en situaciones en que la incertidumbre esta presente. Con este propósito, los principios y estándares recomiendan que el estudio de la probabilidad sea abordado de manera temprana a partir del nivel Pre-K (tres años) en todos los niveles de manera gradual y progresiva con un fuerte desarrollo de los conceptos y procedimientos involucrados.

Chile no es ajeno a esta necesidad científica, profesional y social, por ello ya en el año 2009, en el Ajuste Curricular realizado por el Ministerio de Educación, se incorpora por primera vez el estudio de la probabilidad en el currículo de Educación Primaria, a partir de los 10 años de edad [3]. Posteriormente, se propone adelantar su estudio incluyendo para ello el eje de Datos y Probabilidades en las Bases Curriculares, donde la probabilidad se presenta desde primer año básico (6 años de edad), de manera progresiva a largo de todo el currículo escolar, ya sea implícita o explícitamente, con el propósito de que "todos los estudiantes se inicien en temas relacionados con las probabilidades"[2, p.5]. Pero, ¿cómo enseñar probabilidad en Educación Primaria?, ¿cómo fomentar una enseñanza eficaz de la probabilidad en Educación Primaria que permita desarrollar la alfabetización probabilística? Se asume por enseñanza eficaz el conjunto de experiencias individuales y colectivas que permitan a los estudiantes [4, p.9]:

1. Comprometerse con tareas desafiantes que impliquen construir sentidos significativos y que apoyen el aprendizaje significativo;
2. Vincular el nuevo aprendizaje con el conocimiento previo y con el razonamiento informal, así como contrarrestar conceptos erróneos y preconcebidos durante el proceso;

---

\*Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT N° 11150412 financiado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile, e-mail: [cavasque@uc.cl](mailto:cavasque@uc.cl)

3. Adquirir conocimientos conceptuales y procedimentales, de manera que puedan organizar en forma significativa su conocimiento, adquirir nuevo conocimiento y transferir y aplicar el conocimiento a nuevas situaciones;

4. Construir socialmente el conocimiento a través del discurso, la actividad y la interacción relacionadas con problemas significativos;

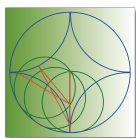
5. Recibir una retroalimentación descriptiva y oportuna, de manera que ésta pueda reflejar y revisar su trabajo, razonamiento y comprensión;

6. Desarrollar conciencia metacognitiva de sí mismos como educandos, pensadores y solucionadores de problemas, y aprender a supervisar su aprendizaje y desempeño.

Experiencias a través de las cuales el profesorado debe ser capaz de que los estudiantes alcancen una alfabetización probabilística, entendida esta desde la perspectiva de [1] como la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real. Por tanto, resulta crucial preguntarse ¿cómo enseñar probabilidad en Educación Básica?, ¿qué conocimientos deben tener los profesores para llevar a cabo su enseñanza?, ¿qué caracteriza dichos conocimientos?, ¿cómo fortalecer la formación inicial docente en relación a la probabilidad y su enseñanza? Con la finalidad de dar respuesta a estos interrogantes, en este trabajo se presentan los componentes de un modelo para fomentar la alfabetización probabilística en Educación Primaria.

## Referencias

- [1] GAL, IDDO, *Towards 'probability literacy' for all citizens. En Jones, G. (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, Kluwer Academic Publishers, (2005). 43-71.
- [2] MINEDUC, *Bases curriculares 2012: Educación Básica Matemática*, (2012).
- [3] MINEDUC, *Ley General de Educación*, (2009).
- [4] NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, *De los principios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos*, Reston, VA: NCTM, (2015).
- [5] NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM, (2000).
- [6] NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM, (1989).



# La ‘Flipped Classroom’ (o aula invertida) en Cursos de Matemática en Educación Superior: El Caso de Álgebra y Cálculo I

*Carmen Soledad Yañez Arriagada\**

*Departamento de Ciencias Matemáticas y Física.  
Universidad Católica de Temuco  
Temuco, Chile*

## Resumen

Los tiempos han cambiado y hoy en día los estudiantes, tienen acceso a mucha información desde todas las redes sociales que están a su alcance. De la misma forma lo que aprendemos y enseñamos avanza en consonancia con la evolución de la civilización humana y los avances de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC'S). Además la disminución del costo de acceso a las tecnologías, así como a la conexión a internet, han superado algunas de las barreras para la adopción de las TIC por parte de todos los actores de la educación, y les han abierto nuevas posibilidades e intereses. Es por ello que los docentes y estudiantes deben desarrollar habilidades para responder a las demandas de la sociedad del conocimiento. (Avello, 2016)

Estando consiente de esta nueva forma de lograr aprendizaje y considerando las dificultades que nuestros alumnos tienen con las Ciencias Básicas, es que a través de un Proyecto de Mejoramiento PM 1309 y un Proyecto de Innovación Docente (PID), se ha iniciado una reflexión en primera instancia, motivando a los docentes de ciencias básicas a re-pensar la forma en que estamos implementando nuestras clases. Luego se decide una transformación de estos cursos, donde el rediseño se orienta hacia un aprendizaje significativo y profundo, centrado en el alumno, que logre fortalecer su autonomía. Para ello se utilizó como eje central el método de enseñanza y aprendizaje, la ‘Flipped Classroom’ con apoyo tecnológico a través de la plataforma Moodle en la UCT (Leraning Management System) y con uso de tecnologías de última generación (videos, cuestionarios on-line, Google Drive, LMS), además de otras estrategias didácticas complementarias, como: Aprendizaje entre pares; Metodología de proyecto; Resolución de problemas contextualizados, como una estrategia que facilita la modelización de situaciones cotidianas y de su futura profesión y CAT'S como estrategia de seguimiento y monitoreo que permite dar cuenta del nivel de avance en el logro de los resultados de aprendizaje. Y con una retroalimentación justo a tiempo.

La ‘Flipped Classroom’ (o aula invertida). Es un modelo centrado en el estudiante que deliberadamente traslada una parte o la mayoría de la clase ‘expositiva – tradicional’, la cual está centrada en la transmisión de información o entrega de conceptos, al exterior del aula, para optimizar el tiempo en clase maximizando las interacciones entre profesor y estudiante y entre pares para lograr niveles de mayor profundidad en el aprendizaje. Se espera que las actividades de baja complejidad sean realizadas por los estudiantes de forma autónoma antes de la clase presencial, para que en ésta, se desarrollen actividad que impliquen mayor complejidad y sean abordadas colaborativamente entre los estudiantes, con la facilitación activa del docente (Observatorio de Innovaciones Educativas TEC, 2014).

Alguno de los cursos implementados son Cálculo I de la Facultad de Ingeniería y Algebra de la Facultad de Recursos Naturales, se inicia su transformación con la aplicación de un diagnóstico situacional que permita la reformulación de los Resultados de Aprendizaje (RA), ‘declaraciones explícitas de que se espera que el estudiante sea capaz de hacer o demostrar al finalizar el curso’

---

\*e-mail: syanez@uct.cl

(DGD,2012) y rediseño de la Guía de Aprendizaje ( Cronograma de actividades), sobre la base del 'alineamiento constructivo' (Biggs, 2006)

En una primera fase se seleccionaron y capacitaron ayudantes de aprendizaje, con el fin de apoyar la implementación de la 'Flipped Classroom'. Mediante el uso de herramientas en línea los estudiantes accedieron a los contenidos del curso con un nivel de complejidad inicial, a través del uso de videos que son utilizados por los estudiantes durante sus horas autónomas, dichos videos son preparados por los profesores y grabados por docentes y ayudantes, con una duración no superior a 10 minutos, para luego ser publicados en la plataforma. Para constatar la revisión de éstos los estudiantes responden cuestionarios on-line, y/o redactan resúmenes de su aprendizaje surgidos a partir de cada video.

Posteriormente, los estudiantes en el aula realizan discusiones, debates, consultas con sus pares. El docente fomenta su participación activa, lo que lleva a un aprendizaje colaborativo y entre pares, que evidencia que en estas metodologías el docente pasa a ser un facilitador del aprendizaje fomentando el protagonismo del estudiante. En definitiva, los estudiantes desarrollan actividades de trabajo de mayor complejidad en forma colaborativa en clases teniendo como base los contenidos tratados en cada video. [3]

Trabajo realizado en conjunto con:

**Valeria Soledad Carrasco Zúñiga** Departamento de Ciencias Matemáticas y Física, Universidad Católica de Temuco, Temuco, Chile

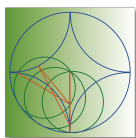
## Referencias

- [1] AVELLO MARTINEZ, RAIDELL Y DUART, JOSEP M, *Nuevas tendencias de aprendizaje colaborativo en e-learning: Claves para su implementación efectiva*. .Estud. pedagóg.[online]. 2016, vol.42, n.1 [citado 2018-04-06], pp.271-282. Disponible en: <<https://bit.ly/2Hf4k9O>>ISSN 0718-0705. <https://bit.ly/2GGYNrv>
- [2] BIGGS, J , *Calidad del aprendizaje universitario (2da ed.)*, Madrid: Na. (2006).
- [3] DGD, (2012) , *Orientaciones para la Renovación Curricular. Elaboración de Guías de Aprendizaje*. Temuco Universidad Católica de Temuco. <https://bit.ly/2uXC2xY>

### **3.1. Física Matemática**

#### **Coordinadores:**

- Francisco Correa, Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad Austral de Chile, Valdivia.
- Felipe van Diejen, Instituto de Matemática y Física, Universidad de Talca, Talca.



## Propagation of foam-liquid fronts in improved oil recovery

*Stefan Berres*<sup>\*</sup>

*Departamento de Ciencias Matemáticas y Físicas  
Universidad Católica de Temuco*

### Resumen

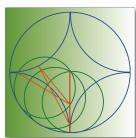
A new mathematical model for foam-liquid front propagation in foam improved oil recovery is introduced as an alternative to models developed previously (Grassia, P., Mas-Hernández, E., Shokri, N., Cox, S. J., Mishuris, G., and Rossen, W. R., Analysis of a model for foam improved oil recovery, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 751, pp. 346–405, 2014). The conceptual model establishes that the propagation is in the direction normal to the front. It also requires that at the top boundary of the domain the net driving pressure is maximum and that at the bottom boundary the net driving pressure is zero. These assumptions lead to the so called “pressure-driven growth” model (Shan, D., and Rossen, W. R., Optimal Injection Strategies for Foam IOR, *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 9, pp. 132–150, 2004). The new model captures the propagation of the front by the reformulation of the “pressure-driven growth” as a Hamilton-Jacobi equation system. The propagation of the front is represented implicitly by the zero-level set curve of a Hamilton-Jacobi solution  $\phi$ , with  $\phi < 0$  to the left of the front, and  $\phi > 0$  to the right (Osher, S., and Fedkiw, R., Level set methods and dynamic implicit surfaces, *Springer Science & Business Media*, vol. 153, 2006). The numerical contour values are initially formed to coincide with an early-time asymptotic analytical solution of the “pressure-driven growth” model. Through simulation, numerical data are obtained from which graphical representations are generated for the location of the propagation front, and the angle that the front normal makes with respect to the horizontal and the front curvature. By analytical approximation approaches it is possible to confirm the existence of a concavity in the front shape at small times.

Joint work with:

**Carlos Torres-Ulloa & Paul Grassia** Department of Chemical and Process Engineering, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland.

---

<sup>\*</sup>e-mail: sberres@uct.cl



# Integrability in the Skyrme model in $(3+1)$ dimensions from the Einstein-Skyrme system

*Fabrizio Canfora\**

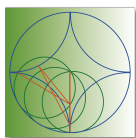
*Centro de Estudios Científicos  
Valdivia, Chile*

## Resumen

It will be described how one can discover an integrable sector of the Skyrme model in  $(3+1)$ -dimensions using known results in the Einstein-Skyrme system. As an application, it is shown how to compute the number of bound states Skyrmion-AntiSkyrmion in a box as well as the critical Isospin chemical potential

---

\*e-mail: [canfora@cecs.cl](mailto:canfora@cecs.cl)



# The non-commutative topology of dirty superconductors: the “case study” of the Spin Hall effect

*Giuseppe De Nittis\**

*Departamento de Matemática Instituto de Física*

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

The BCS theory of superconductors leads to simple lattice models, known as BdG Hamiltonians. The properties of these second-quantize Hamiltonians can be investigated just looking at their first-quantized counterparts which turn out to be matrix-valued lattice models. The physics of these operators is made more interesting by the presence of discrete symmetries known as particle-hole (PH). According to the parity of the PH-symmetry and to the presence of additional symmetries (spin-rotation, time-reversal, etc.), the (first-quantized) BdG Hamiltonians are classified in classes which are parametrized by topological invariants.

Albeit the physics of these models is well understood in the pure periodic case, a systematic study in the presence of disorder seems to be still missing. One of the main features of the physics of the BdG Hamiltonians is the presence of topological protected states which allow quantized bulk-currents (spin, thermal, etc) and related edge-currents. Such topological quantities have to persist also in the presence of (at least weak) disorder. The aim of this talk is to present first results in this directions.

As explained by Bellissard et co-workers during the 80's - 90's, the natural setting to combine differential topology and randomness is the non-commutative geometry. In this talk I will present the non-commutative (differential) topology associated to dirty BdG Hamiltonians. The PH-symmetry adds to the usual algebraic structure and provides a natural notion of “Reality” (à la Atiyah) which enters in the definitions of the relevant geometric objects. These general results will be tested on the case study of the C-type BdG Hamiltonians in order to provide a non-commutative explanation of the spin quantum Hall effect both in the bulk and on the edge. The content of the talk is based on [1].

Joint work with:

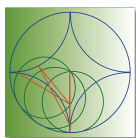
**Hermann Schulz-Baldes**<sup>1</sup>, Department Mathematik, Friedrich-Alexander Universität, Erlangen, Germany.

## Referencias

- [1] DE NITTIS, GIUSEPPE; SCHULZ-BALDES, HERMANN, *The non-commutative topology of two-dimensional dirty superconductors*. J. Geometry Phys. **124**, (2018). 100-123.

\*Partially supported by FONDECYT No.11150143, e-mail: [gidenittis@mat.uc.cl](mailto:gidenittis@mat.uc.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [schuba@mi.uni-erlangen.de](mailto:schuba@mi.uni-erlangen.de)



# Relación entre las reglas de Pieri de los polinomios de Jack en el superespacio y el modelo de 6-vértices

*Jessica Gatica\**

*Facultad de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

Los polinomios de Jack en el superespacio son polinomios simétricos que dependen de un parámetro  $\alpha$ . Estos polinomios son funciones propias de la versión supersimétrica del modelo CSM. En esta charla mostraremos las reglas de Pieri para los polinomios de Jack en el superespacio y su relación con el modelo de 6-vértices. [3]

Trabajo realizado en conjunto con:

**Miles Jones**<sup>1</sup>, Department of Computer Science, University of California, San Diego, USA.

**Luc Lapointe**<sup>2</sup>, Instituto de Matemática y Física, Universidad de Talca, Talca, Chile.

## Referencias

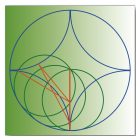
- [1] D. M. BRESSOUD *Proofs and confirmations-The story of the alternating sign matrix conjecture*. Cambridge University Press. Cambridge, (1999).
- [2] P. DESROSIERS, L. LAPOINTE AND P. MATHIEU, *Classical symmetric functions in superspace*, J. Alg. Combin **24**, (2006). 209-238.
- [3] J. GATICA, M. JONES AND L. LAPOINTE, *Pieri rules for the Jack polynomials in superspace and the 6-vertex model*, en revisión, (2017).
- [4] A. G. IZERGIN, *Partition function of a six-vertex model in a finite volume*, Dokl. Akad. Nauk SSSR **297**, (1987). 331-333.
- [5] I. G. MACDONALD *Symmetric functions and Hall polynomials*. (2nd ed.). Clarendon Press, (1995).

---

\*Parcialmente financiado por Proyecto FONDECYT de Postdoctorado #3160595, e-mail: [jegatica@mat.uc.cl](mailto:jegatica@mat.uc.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [mej016@ucsd.edu](mailto:mej016@ucsd.edu)

<sup>2</sup>Parcialmente financiado por Proyecto FONDECYT Regular #1170924, e-mail: [lapointe@inst-mat.otalca.cl](mailto:lapointe@inst-mat.otalca.cl)



## Técnica de integración multivariable originada en los diagramas de Feynman

*Iván P. González G.*

*Instituto de Física y Astronomía*

*Universidad de Valparaíso*

*Valparaíso, Chile*

### Resumen

Presentamos un método heurístico destinado a la evaluación de integrales multivariables cuyo intervalo de integración está definido por  $[0, \infty[$ . Este método se denomina Método de Brackets (MoB, su sigla en inglés) [1,2,3], el cual tiene su origen en los formalismos matemáticos desarrollados en la teoría cuántica de campos para la evaluación de las integrales asociadas a los diagramas de Feynman. En este trabajo presentaremos las reglas que conforman MoB y su aplicación a diversos problemas de integración, tanto de una variable como multivariable.

Es importante mencionar que desde el punto de vista de la evaluación analítica de integrales, el uso de paquetes computacionales, tales como Mathematica o MAPLE, no resultan ser suficientes para los problemas multivariables que aparecen en la matemática aplicada, bajo esta perspectiva es que MoB resulta ser una poderosa herramienta de cálculo para estas integrales. Desde el punto de vista de lo procedural, la tarea fundamental de MoB es convertir la integral en una "serie" muy particular, denominada "serie de brackets", a partir de esta serie y a través de la aplicación de un conjunto de reglas ad-hoc, la solución de la integral se obtiene al resolver un sistema de ecuaciones lineales. A la pregunta: ¿qué es un bracket?, podemos por ahora indicar que es una estructura matemática que representa a una integral divergente, la cual por definición está representada por la siguiente ecuación:

$$\int_0^\infty x^{a_1+\dots+a_n-1} dx = \langle a_1 + \dots + a_n \rangle \quad (1)$$

siendo  $\{a_i\}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) índices arbitrarios y el símbolo  $\langle \cdot \rangle$ , un bracket. Desde el punto de vista de lo operacional, el comportamiento del bracket es similar al de una delta de Kronecker.

Las ideas relevantes que podemos indicar sobre esta técnica de integración (MoB), es que posee varias ventajas respecto a otras técnicas avanzadas de integración:

- MoB resuelve  $N$  integrales múltiples de manera simultánea. Convencionalmente se evalúan  $N$  integrales iteradamente.
- MoB no requiere herramientas de cálculo avanzado, solo elementos básicos de álgebra lineal.
- MoB se basa en reglas y procedimientos sistemáticos, un algoritmo. Estas características hacen que esta técnica sea altamente automatizable.

## Referencias

- [1] I. González and V. Moll, Definite integrals by method of brackets. Part 1, Advances in Applied Mathematics, Vol. 45, Issue 1, 50-73 (2010).
- [2] I. González, V. Moll and A. Straub, The method of brackets. Part 2: examples and applications, Contemporary Mathematics, Gems in Experimental Mathematics, Volume 517, 157-171 (2010).
- [3] I. Gonzalez , K. Kohl , L. Jiu , V. H. Moll, An extension of the Method of Brackets. Part 1. Open Mathematics, Volume 15 (2017), Issue 1, 1181-1211. (arXiv:1707.08942).



# Analytical solution to DGLAP integro-differential equation

**Igor Kondrashuk\***

*Grupo de Matemática Aplicada, Departamento de Ciencias Básicas,  
Universidad del Bío-Bío,  
Chillán, Chile*

## Resumen

We consider DGLAP integro-differential equation. This equation describes QCD dynamics. We show how it may be solved analytically. We consider the case in which gauge coupling depends on the energy scale. The solution is found by use of the Cauchy integral formula. The solution restricts form of parton distributions as function of transfer momentum and of Bjorken variable.

Joint work with:

**Gustavo Álvarez**, II. Institut für Theoretische Physik, Universität Hamburg, Germany

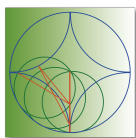
**Gorazd Cvetič**, Departamento de Física, UTFSM, Valparaíso, Chile

## Referencias

- [1] ALVAREZ, GUSTAVO; CVETIC, GORAZD; KNIEHL, BERND; KONDRASHUK, IGOR; PARRA FERRADA, IVAN *Analytical solution to DGLAP integro-differential equation in a simple toy-model with a fixed gauge coupling*, arXiv:1611.08787 [hep-ph].
- [2] ALLENDES, PEDRO; KNIEHL, BERND; KONDRASHUK, IGOR; NOTTE CUELLO, EDUARDO; ROJAS MEDAR, MARKO, *Solution to Bethe-Salpeter equation via Mellin-Barnes transform*, Nuclear Physics B870 (2013). 243-277.
- [3] GONZALEZ, IVAN; KONDRASHUK, IGOR, *Box ladders in non-integer dimension*, Theoretical and Mathematical Physics 177 (2013). 1515-1540.
- [4] KNIEHL, BERND; KONDRASHUK, IGOR; NOTTE CUELLO, EDUARDO; PARRA FERRADA, IVAN, ROJAS MEDAR, MARKO *Two-fold Mellin-Barnes transforms of Usyukina-Davydychev functions*, Nuclear Physics B876 (2013). 322-333.
- [5] GONZALEZ, IVAN; KNIEHL, BERND; KONDRASHUK, IGOR; NOTTE CUELLO, EDUARDO; PARRA FERRADA, IVAN, ROJAS MEDAR, MARKO *Explicit calculation of multi-fold contour integrals of certain ratios of Euler gamma functions. Part 1*, Nuclear Physics B925 (2017). 607-614.

---

\*Partially supported by DIUBB (Chile) Grant No. GI 172409/C, e-mail: [igor.kondrashuk@gmail.com](mailto:igor.kondrashuk@gmail.com)



## From Degasperis-Procesi peakons to Hermite-Padé approximants and beyond...

*Sergio Medina Peralta\**

*Instituto de Matemática y Física.*

*Universidad de Talca*

*Talca, Chile*

### Resumen

One of the most interesting questions in fluid theory is to describe the emergence of non-smooth waves and the mechanism responsible for the breakdown of regularity. In the last decades several models were proposed of non-smooth waves with integrable structure, the best known of which are Camassa-Holm and Degasperis-Procesi equations. These equations possess stable non-smooth solutions, called peakons which, to a large extent, determine the essential properties of solutions, in particular the breakdown of regularity and the onset of shocks (DP).

In this talk we will begin a trip from these peakons solutions of the Degasperis-Procesi equations to Hermite-Padé approximants. We will focus in this last stop but, we also will visit other places such as inverse string problems, multiple orthogonal polynomials and Cauchy biorthogonal polynomials, random matrices models and Riemann-Hilbert problems.

Joint work with:

**Guillermo López Lagomasino**<sup>1</sup>, Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, Spain.

**Jacek Szmigielski**<sup>2</sup>, Department of Mathematics and Statistics, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada.

### Referencias

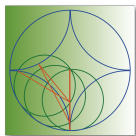
- [1] MARCO BERTOLA AND THOMAS BOTHNER. *Universality Conjecture and Results for a Model of Several Coupled Positive-Definite Matrices*. Communications in Mathematical Physics, **337**, (2015). 1077-1141.
- [2] G. LÓPEZ LAGOMASINO AND S. MEDINA PERALTA. *On the convergence of type I Hermite-Padé approximants*. Advances in Math, **273** (2015). 124-148.
- [3] HANS LUNDMARK AND JACEK SZMIGIELSKI. *Degasperis-Procesi peakons and the discrete cubic string*. IMRP International Mathematics Research Papers, **No.2**, (2005). 53-116.

---

\*Partially supported by Conicyt Fondecyt/Postdoctorado/ Proyecto 3170112, e-mail: [smedina@math.uc3m.es](mailto:smedina@math.uc3m.es)

<sup>1</sup>Partially supported by research grant MTM2012-36372-C03- 01 of Ministerio de Economía, Industria y Competitividad, Spain, e-mail: [lago@math.uc3m.es](mailto:lago@math.uc3m.es).

<sup>2</sup>Partially supported by NSERC, e-mail: [szmigiel@math.usask.ca](mailto:szmigiel@math.usask.ca)



# $A_\infty$ -álgebras y Teoría de Hodge Generalizada: una aplicación de los Teoremas de Zhou y Merkulov sobre la existencia de estructuras $A_\infty$ en Geometría Riemanniana

*María José Moreno Silva\**  
*Universidad de Santiago de Chile*

## Resumen

El teorema de *Descomposición de Hodge* nos dice que dada una variedad riemanniana, compacta, sin frontera y orientada  $M$ , el espacio de las  $k$ -formas diferenciales se puede descomponer únicamente determinado por:

$$\Omega^k(M) = d\Omega^{k-1}(M) \oplus \delta\Omega^{k-1}(M) \oplus \mathcal{H}^k$$

Esto es, para  $\omega \in \Omega^k(M)$ , existen  $\alpha \in \Omega^{k-1}(M)$ ,  $\beta \in \Omega^{k-1}(M)$  y  $\gamma \in \Omega^k(M)$  con  $\Delta(\gamma) = 0$ , tal que  $\omega$  se escribe de manera única como  $\omega = d\alpha + \delta\beta + \gamma$ .

A fines de los 90's, Zhou [Zh] y Merkulov [Me] probaron el siguiente resultado algebraico: **Teorema [Zhou-Merkulov]:** *Para toda dga  $(A, d, \circ)$  con métrica euclidiana o hermitiana tal que  $d$  tiene un adjunto formal  $d^*$  y  $A$  tiene descomposición de Hodge  $A = \mathcal{H} \oplus \text{img } d \oplus \text{img } d^*$ , existe una estructura de  $A_\infty$ -álgebra en  $\mathcal{H}$  con multiplicaciones superiores  $m_1 = d$ ,  $m_2 = \circ$ , y para  $n \geq 3$   $m_n = (id - [d, G_d d^*]) \lambda_n$ , con  $G_d$  el operador de Green y  $\lambda_n$  los tensores  $\lambda$  de Merkulov.*

Se sigue que el teorema de Hodge implica la existencia de una estructura de álgebra  $A_\infty$  asociada naturalmente a una variedad Riemanniana compacta. Nosotros mostramos la existencia de estructuras de  $A_\infty$ -álgebra sobre variedades Riemannianas compactas diferentes (a priori) a la inducida via el teorema clásico de Hodge.

En la teoría desarrollada por Eiseman y Stone [E-S] en su artículo “A generalized Hodge theory”, se tiene que si para una determinada 1-forma vectorial  $\underline{h}$  se desvanece el tensor de Nijenhuis, existe una derivada exterior  $d_h$  que tiene un adjunto  $\delta_h$  con respecto al producto interno usual entre formas diferenciales de una variedad Riemanniana compacta. Este hecho permite definir un operador diferencial  $\Delta_h$  que es una generalización del operador Laplace-DeRahm. Y en consecuencia se puede obtener una generalización del teorema de la descomposición de Hodge clásica y por lo tanto, usando el teorema de Zhou-Merkulov, una estructura de  $A_\infty$ -álgebra diferente (a priori) a la canónica.

Trabajo realizado en conjunto con:

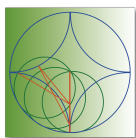
**Enrique Reyes Garcia**<sup>1</sup>, Universidad de Santiago de Chile.

## Referencias

- [E-S] P.R. Eiseman; A.P. Stone, *A generalized Hodge theory*, J. Differential Geom. 1974, No. 9, 169-176.
- [Me] S.A. Merkulov, *Strong homotopy algebras of a Kähler manifold*, Internat. Math. Res. Notices (IMRN) 1999, No. 3, 153-164.
- [Zh] J. Zhou, *Hodge Theory and  $A_\infty$ -Structures on Cohomology*, Internat. Math. Res. Notices (IMRN) 2000, No. 2, 71-78.

\*Parcialmente financiado por CONCYT, e-mail: [maria.morenos@usach.cl](mailto:maria.morenos@usach.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [enrique.reyes@usach.cl](mailto:enrique.reyes@usach.cl)



# Stability of Sine-Gordon 2-solitons in the energy space

**José Manuel Palacios\***

*Departamento de Ingeniería Matemática DIM*

*Universidad de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

In this talk we will prove that three different 2-soliton solutions of the sine-Gordon equation (SG) are orbitally stable in the natural energy space of the problem [4]. We will prove this result without using the inverse scattering technique for the equation nor the steepest descent method, which allows us to work in the very large energy space  $H^1(\mathbb{R}) \times L^2(\mathbb{R})$ . The three families which we will study are called 2-kink, kink-antikink and breather of SG, described by Lamb [3]. To prove this result we will use a well-chosen Bäcklund transformation which allow us to reduce the stability question of these families to the zero solution case, in the same spirit as the result of Alejo and Muñoz for the case of the modified Kortweg-de Vries equation [1]. However, we will see that SG presents several new difficulties that we will have to solve appropriately. Possible connections to asymptotic stability results will also be discussed. This work is in collaboration with C. Muñoz and improves in several directions the results in [2].

Joint work with:

**Claudio Muñoz**<sup>1</sup>, CNRS and Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile.

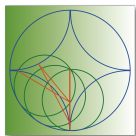
## Referencias

- [1] M.A. Alejo, and C. Muñoz, *Dynamics of complex-valued modified KdV solitons with applications to the stability of breathers*, Anal. and PDE. **8** (2015), no. 3, 629–674.
- [2] M.A. Alejo, C. Muñoz, and J. M. Palacios, *On the Variational Structure of Breather Solutions I: Sine-Gordon case*, J. Math. Anal. Appl. Vol.453/2 (2017) pp. 1111–1138. DOI 10.1016/j.jmaa.2017.04.056.
- [3] G.L. Lamb, *Elements of Soliton Theory*, Pure Appl. Math., Wiley, New York, 1980.
- [4] C. Muñoz, and J.M. Palacios, *Stability of the 2-soliton solutions of the SG equation in the energy space*, in preparation.

---

\*Departamento de Ingeniería Matemática DIM, Universidad de Chile, e-mail: [jpalacios@dim.uchile.cl](mailto:jpalacios@dim.uchile.cl). Partially supported by Nucleo Milenio CAPDE, CMM Fondo Basal and Fondecyt 1150202.

<sup>1</sup>CNRS and Departamento de Ingeniería Matemática DIM-CMM UMI 2807-CNRS, Universidad de Chile, e-mail: [cmunoz@dim.uchile.cl](mailto:cmunoz@dim.uchile.cl)



# Nonlinear fractional Schrödinger equation with a Hartree type of nonlinearity

**José Ramírez M.\***

*Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación  
Universidad de Santiago de Chile  
Santiago, Chile*

## Resumen

We study qualitative properties of the following time fractional nonlinear Schrödinger equation on the Sobolev space  $H^\beta(\mathbb{R}^n)$

$$\begin{cases} i^\alpha D_t^\alpha u(t, x) = (-\Delta)^{\beta/2} u(t, x) + \mu J_t^{1-\alpha} K_\gamma(|u|^2)(x) u(t, x), & (t, x) \in [0, T] \times \mathbb{R}^n, \\ u(0, x) = u_0(x), & u_0 \in H^\beta(\mathbb{R}^n), \end{cases} \quad (1)$$

in which  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $\beta \in (0, 2)$ ,  $\mu \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . The above equation (1) is investigated under the assumption that  $D_t^\alpha$  is the fractional Caputo derivative of order  $\alpha$ , and  $J_t^{1-\alpha}$  is the fractional integral of Riemann-Liouville; see e.g. [1]. Moreover, we consider the nonlocal operator  $(-\Delta)^{\beta/2}$  to be defined as a pseudo-differential operator on  $\mathbb{R}^n$  (see e.g. [2]). The non-linear term of Hartree type, is given by the convolution operator

$$K_\gamma(u)(x) := (|\cdot|^{-\gamma} \psi * u)(x), \quad u \in H^\beta(\mathbb{R}^n),$$

in which  $\psi$  is a fixed but arbitrary, positive and bounded function,  $0 < \gamma < n$ . Then, for suitable choices of the parameters  $\alpha, \beta, \gamma, \psi, n$ , we prove existence, uniqueness, and regularity properties of solutions for the non-local equation (1).

Joint work with:

**H. Prado**<sup>1</sup>, USACH.

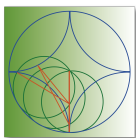
## Referencias

- [1] E. BAZHLEKOVA. *Fractional Evolution Equations in Banach Spaces*, Doctoral Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2001.
- [2] E. M. STEIN. *Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions*, Princeton University Press, 1971.
- [3] T. CAZENAVE. *Semilinear Schrödinger equations*. Courant Lecture notes in Mathematics, vol. 10. Courant Institute of Mathematical Sciences. American Mathematical society, 2003.

---

\*Partially supported by FONDECYT grant # 1170571, e-mail: jose.ramirez@usach.cl

<sup>1</sup>e-mail: humberto.prado@usach.cl



## Simetrías no-locales e integrabilidad

*Enrique G. Reyes\**

*Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación*

*Universidad de Santiago de Chile*

*Santiago, Chile*

### Resumen

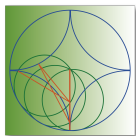
Esta charla es una introducción a la teoría de simetrías no-locales de ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones. Esta teoría fue propuesta originalmente por matemáticos rusos hace más de veinte años y ha sido desarrollada en profundidad sólo en el último tiempo. Referencias relevantes son [1, 2, 3, 5, 6] y el texto ya clásico [4].

### Referencias

- [1] Marianna Euler, Norbert Euler, Enrique G. Reyes, Multipotentializations and nonlocal symmetries: Kupershmidt, Kaup-Kupershmidt and Sawada-Kotera equations. *Journal of Nonlinear Mathematical Physics* 24 (2017), 303–314.
- [2] Rafael Hernández-Heredero and Enrique G. Reyes, Nonlocal symmetries, compacton equations, and integrability. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* 10 (2013), 1350046 (24 pages).
- [3] Rafael Hernández-Heredero and Enrique G. Reyes, Geometric integrability of the Camassa-Holm equation II. *International Mathematics Research Notices* Volume 2012 (2012), 3089–3125.
- [4] I.S. Krasil'shchik, and A.M. Vinogradov (Eds.). Symmetries and conservation laws for differential equations of mathematical physics (1999). Translations of Mathematical Monographs Vol. 182, AMS, Providence.
- [5] Enrique G. Reyes, Equations of pseudo-spherical type (after S.S. Chern and K. Tenenblat). *Results in Mathematics* 60 (2011), 53–101.
- [6] Enrique G. Reyes, Nonlocal symmetries and the Kaup-Kupershmidt equation. *Journal of Mathematical Physics* 46 (2005), no. 7, 073507, 19 pp.

---

\*Parcialmente financiado por Proyecto FONDECYT # 1161691.  
e-mail: e\_g\_reyes@yahoo.ca ; enrique.reyes@usach.cl



# Asymptotic dynamics for certain 2-D magnetic quantum systems

*Edgardo Stockmeyer\**

*Instituto de Física*

*PUC*

*Santiago, Chile*

## Resumen

In this talk I will present new results concerning the long time localisation in space (dynamical localisation) of certain two-dimensional magnetic quantum systems. The underlying Hamiltonian may have the form  $H = H_0 + W$ , where  $H_0$  has dense point spectrum and rotational symmetry and  $W$  is a perturbation that breaks the symmetry.

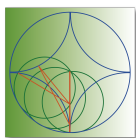
Joint work with:

**E. Cárdenas**, Instituto de Física, PUC, Chile.

**I. Anapolitanos**, **D. Hundertmark**, **S. Wugalter**, Institute of Analysis, KIT, Karlsruhe, Germany.

---

\*Partially supported by Fondecyt # 1180355 , e-mail: [stock@fis.puc.cl](mailto:stock@fis.puc.cl)



# On the current-current correlation measure for random Schrödinger operators

*Amal Taarabt\**

*Facultad de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica*

*Santiago de Chile, Chile*

## Resumen

We review various properties of random Schrödinger operators and recall formulations of conductivity and current-current correlation measure. In this talk we will present a panoramic view and recent results on localized regime. We will focus in particular on the diagonal behaviour problem of the ccc-measure and explain how it is related to the localization length. This is a work in progress with J. Bellissard and G. De Nittis.

Joint work with:

**J. Bellissard**<sup>1</sup>, School of Mathematics, Georgia Institute of Technology, Atlanta GA, USA.

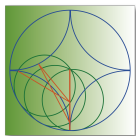
**G. De Nittis**<sup>2</sup>, Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica, Santiago de Chile, Chile.

---

\*e-mail: [amtaarabt@mat.uc.cl](mailto:amtaarabt@mat.uc.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [jeanbel@math.gatech.edu](mailto:jeanbel@math.gatech.edu)

<sup>2</sup>e-mail: [gidenittis@mat.uc.cl](mailto:gidenittis@mat.uc.cl)



# Quantum time delay for unitary propagators

*Rafael Tiedra de Aldecoa\**

*Faculty of Mathematics*

*Pontifical Catholic University of Chile*

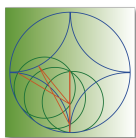
*Santiago, Chile*

## Resumen

We give the definition of quantum time delay in terms of sojourn times for unitary propagators in a two-Hilbert spaces setting. We prove that this time delay defined in terms of sojourn times (time-dependent definition) exists and coincides with the expectation value of a unitary analogue of the Eisenbud-Wigner time delay operator (time-independent definition). Our proofs rely on a new summation formula relating localisation operators to time operators and on various tools from functional analysis such as Mackey's imprimitivity theorem, Trotter-Kato Formula and commutator methods for unitary operators. Joint work with Diomba Sambou (PUC).

---

\*Partially supported by Chilean Fondecyt Grant 1170008, e-mail: [rtiedra@mat.uc.cl](mailto:rtiedra@mat.uc.cl)



## $SO$ -flat manifolds

*Jorge Zanelli\**

*Centro de Estudios Científicos*

*Valdivia, Chile*

### Resumen

Manifolds endowed with a flat  $SO(p, q)$  connection have exceptional features. Minkowski space-time, for example, is Lorentz-flat, which means that inertial frames can be consistently defined in an open region and therefore Special Relativity holds on extended regions. We want to point out that Minkowski space is not unique: in particular, three-dimensional anti-de Sitter space-time is also Lorentz-flat. We discuss other possibilities of  $SO$ -flat manifolds, and we suggest a relation with Adams theorem.

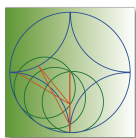
---

\*e-mail: [z@cecs.cl](mailto:z@cecs.cl)

### **3.2. Teoría de Números**

#### **Coordinador:**

- Xavier Vidaux, Departamento de Matemáticas, Universidad de Concepción, Concepción.



# Julia Robinson numbers and arithmetical dynamic of quadratic polynomials

*Marianela Castillo Fernández\**

*Departamento de Ciencias Básicas*

*Universidad de Concepción Campus Los Ángeles*

*Los Ángeles, Chile*

## Resumen

In order to show the undecidability of the theory of a ring of integers of a totally real field of algebraic numbers, J. Robinson defined a set which is always  $\{+\infty\}$  or of the form  $[\lambda, +\infty)$  or  $(\lambda, +\infty)$  for some real number  $\lambda \geq 4$ . All known examples give either  $\{+\infty\}$  or  $[4, +\infty)$ . In this work, we construct infinitely many fields such that the set is an interval, but not equal to  $[4, +\infty)$ .

Joint work with:

**Xavier Vidaux**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Carlos R. Videla**<sup>2</sup>, Department of Mathematics and Computing, Mount Royal University, Calgary, Canadá.

## Referencias

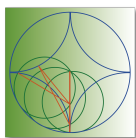
- [1] CASTILLO, MARIANELA; VIDAUX, XAVIER; VIDELA, CARLOS, *Julia Robinson numbers and arithmetical dynamic of quadratic polynomial*. Preprint.
- [2] VIDAUX, XAVIER; VIDELA, CARLOS, *Definability of the natural numbers in totally real towers of nested square roots*,. Proc. Amer. Math. Soc. **143**. 4463-4477 (2015).

---

\*Partially supported by Conicyt, e-mail: mcastillo@udec.cl

<sup>1</sup>Partially supported by Fondecyt research projects 1130134 and 1170315, Chile, e-mail: xvidaux@udec.cl

<sup>2</sup>e-mail: cvidela@mtroyal.ca



# Rangos de curvas elípticas y progresiones aritméticas de puntos racionales

*Natalia García Fritz\**

*Facultad de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

En 1980, Mohanty [2] conjeturó que en ninguna curva elíptica de Mordell  $y^2 = x^3 + b$  se puede encontrar una sucesión de cinco o más puntos racionales cuyas coordenadas  $x$  están en progresión aritmética. Uno dice en este caso que los *puntos racionales están en progresión aritmética*. Se conocen muchos ejemplos de sucesiones de largo cuatro [3], pero la pregunta sobre si hay una cota para el largo de estas progresiones aritméticas no ha sido resuelta.

En [1], Bremner conjetura que puntos racionales en progresión aritmética tienden a ser linealmente independientes en el grupo de puntos racionales de la curva elíptica, así que progresiones aritméticas largas deberían venir de curvas elípticas con rango alto.

Junto a Héctor Pastén demostramos, gracias a una generalización del Teorema de Faltings hecho por Remond, que el largo máximo de una progresión aritmética en una curva elíptica  $E$  está acotado solamente en términos de  $\text{rank}(E)$  y el invariante  $j$  de  $E$ . Esto nos permite resolver incondicionalmente la conjetura de Mohanty para gran parte de las curvas de Mordell, dar una cota en el largo de progresiones aritméticas para ciertas familias de twists de una curva elíptica, y mostrar que el largo promedio de dichas progresiones aritméticas es acotado, entre otras aplicaciones.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Héctor Pastén**<sup>1</sup>, Department of Mathematics, Harvard University, Cambridge MA, USA.

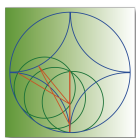
## Referencias

- [1] BREMNER, A., *On arithmetic progressions on elliptic curves*. Experiment. Math. 8 (1999), no. 4, 409-413
- [2] MOHANTY, S. P., *Integer solutions in arithmetic progression for  $y^2 - k = x^3$* . Acta Math. Acad. Sci. Hungar. 36 (1980), no. 3-4, 261-265 (1981).
- [3] ULAS, M., *Rational points in arithmetic progressions on  $y^2 = x^n + k$* . Canad. Math. Bull. 55 (2012), no. 1, 193-207.

---

\*Parcialmente financiado por proyecto Fondecyt Iniciación 11170192, e-mail: [natalia.garcia@mat.uc.cl](mailto:natalia.garcia@mat.uc.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por una Benjamin Peirce Fellowship, e-mail: [hpasten@math.harvard.edu](mailto:hpasten@math.harvard.edu)



# El problema diofantino de adición y divisibilidad para subanillos de los números racionales y de funciones racionales sobre campos finitos.

*Carlos Martínez Ranero\**

*Departamento de Matemática*

*Universidad de Concepción*

*Concepción, Chile*

## Resumen

En esta charla demostraremos que la teoría positivo existencial de la estructura  $(\mathbb{Z}[S^{-1}]; =, 0, 1, +, |)$ , donde  $S$  es un conjunto finito no vacío de números primos, es indecidible. Es decir, no existe un algoritmo que pueda decidir si un enunciado arbitrario de la forma

$$\exists x_1, \dots, \exists x_n \bigwedge_{i=1}^k f_i(x_1, \dots, x_n) \mid g_i(x_1, \dots, x_n),$$

donde  $f_i$  y  $g_i$  son polinomios lineales con coeficientes enteros es cierto o falso en  $\mathbb{Z}[S^{-1}]$ . Este resultado contrasta con el resultado de L. Lipschitz y Belt'yukov de que los enunciados de esta forma pueden ser decididos sobre  $\mathbb{Z}$ .

También demostraremos un resultado análogo para subanillos del campo de funciones racionales sobre un campo finito.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Leonidas Cerda Romero**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática

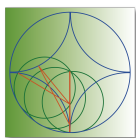
Universidad de Concepción

Concepción, Chile

---

\*e-mail: [cmartinezr@udec.cl](mailto:cmartinezr@udec.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Senescyt Convocatoria Abierta 2011, e-mail: [leonidascerda@udec.cl](mailto:leonidascerda@udec.cl)



## Semiretículo Hermiteano (Semi) y Retículo de Rolf.

*Ana Cecilia de la Maza\**

*Departamento de Matemática y Estadística*

*Universidad de la Frontera*

*Temuco, Chile*

### Resumen

Estudiamos el retículo Hermiteano indexado generado por un elemento  $a$  sujeto a la relación  $a = a^\perp \leq b = b^\perp$ . A pesar de ser un retículo infinito, hemos podido describir sus factores subdirectamente irreducibles de manera recursiva.

Un retículo Hermiteano es un algebra  $(L, 0, 1, \cdot, +, ^\perp, b)$  tal que  $(L, 0, 1, \cdot, +)$  es un retículo modular con cotas  $0, 1$ , y la operación unaria  $^\perp$  satisface

$$x \leq (x^\perp y)^\perp \quad \forall x, y \in L \text{ y } 0^\perp = 1;$$

$b$  es una constante con  $xx^\perp \leq b \quad \forall x \in L$ .

Si omitimos la operación  $+$ , hablamos de semiretículo.

Un ejemplo de retículo Hermiteano es el retículo  $\mathcal{L}(E)$  formado por los subespacios de un espacio vectorial  $E$  sobre un cuerpo  $k$ , con una forma bilineal  $\phi$  no degenerada. Ahora la ortogonalidad estará dada por la forma bilineal  $\phi$ , es decir si  $F$  es un subespacio de  $E$ ,  $F^\perp = \{v \in E | b(v, w) = 0 \forall w \in F\}$ . El rol de  $b$  es el que juega el subespacio formado por los vectores traza valuada.

Ch. Herrmann in [H] muestra que el semiretículo Hermiteano  $S := S[a; a = a^\perp \leq b = b^\perp]$  es infinito, y que definiendo una nueva operación  $\vee$  donde  $x \vee y := (x^\perp y^\perp)^\perp$ , se obtiene un retículo que coincide con el retículo descrito por Rolf en R, p. 587].

En este trabajo estudiamos este semiretículo y el retículo Hermiteano generado por él.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Remo Moresi<sup>1</sup>**

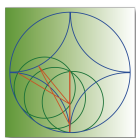
### Referencias

- [G1] Gross, H.: Quadratic forms in infinite dimensional vector spaces. Birkäuser, Boston (1979)
- [G2] Gross, H.: Lattices and infinite-dimensional forms. "The lattice method". Order **4**, 233–256 (1987)
- [H] Herrmann, Ch.: Galois lattices. Note di Matematica e Fisica **7**, 229–234 (1994)
- [R] Rolf, H.L.: The free lattice generated by a set of chains. Pacific J. Math. **8**, 585–595 (1958)

---

\*e-mail: [anace.delamaza@ufrontera.cl](mailto:anace.delamaza@ufrontera.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [romicatj@yahoo.it](mailto:romicatj@yahoo.it) Cerfim, Locarno, Switzerland.



# Aproximación Diofantina y definibilidad existencial.

*Héctor Pastén\**

*Departamento de Matemáticas*

*Universidad de Harvard*

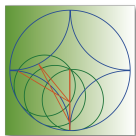
*Cambridge, MA, USA*

## Resumen

Presentaré una conjetura en aproximación Diofantina que, en términos simples, dice que el acotar funciones de proximidad por funciones de altura no es un problema trivial. Explicaré algunos casos donde es posible demostrar esta conjetura, y analizaré algunas de sus consecuencias. En particular, ella implicaría que los enteros no son existencialmente definibles en los racionales.

---

\*e-mail: [hpasten@gmail.com](mailto:hpasten@gmail.com)



# Cadenas de bases doble para multiplicación escalar

*Nicolas Thériault\**

*Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación*

*Universidad de Santiago de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

Utilizar cadenas de base doble para representar enteros, en particular cadenas de bases 2 y 3, puede ser beneficioso para la eficiencia de la multiplicación escalar. Sin embargo, se pensaba que encontrar un cadena 2-3 optimal para un escalar dado requiere más tiempo que la multiplicación escalar misma, lo que impedía aplicaciones prácticas de las cadenas 2-3 cuando el escalar se utiliza unas pocas veces (como es el caso en el intercambio de llaves de Diffie y Hellman).

En los últimos años, hubo importantes avances en algoritmos para obtener la cadena de base doble la más corta posible para un entero dado  $n$ . En 2008, Doche y Habsieger [3] presentaron una estrategia utilizando un árbol binario que permite obtener una (buena) aproximación de la cadena mínima. En 2015, Capuñay y Thériault [2] presentaron el primer algoritmo determinista que devuelve la cadena mínima de un escalar  $n$  en tiempo polinomial, pero su complejidad  $O((\log n)^{3+\epsilon})$  es demasiado grande para competir con la multiplicación escalar. Recientemente, Bernstein, Chuengsatiansup, y Lange [1] presentaron una estrategia basada en grafos para obtener una complejidad  $O((\log n)^{2.5+\epsilon})$ , acercándose más a lo deseado.

En este trabajo, adaptamos el algoritmo de Capuñay y Thériault para obtener cadenas mínimas en  $O((\log n)^2 \log \log n)$  operaciones de bits y  $O((\log n)^2)$  bits de memoria. Eso nos permite obtener cadenas mínimas en unos 0.33 milisegundos para enteros de 256 bits, haciendo posible reducir el costo de la multiplicación escalar para enteros utilizados solamente una vez.

También extendemos el resultado a otras bases dobles y a bases triples. En el caso de ambientes computacionales con memoria limitada, nuestro algoritmo se puede adaptar para devolver la cadena mínima en  $O((\log n)^2 (\log \log n)^2)$  operaciones de bits y solamente  $O(\log n (\log \log n)^2)$  bits de memoria.

Trabajo realizado en conjunto con:

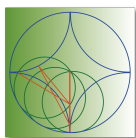
**Cristobal Leiva**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

## Referencias

- [1] BERNSTEIN, DANIEL J.; CHUENGSAIANSUP, CHITCHANOK; LANGE, TANJA, *Double-base scalar multiplication revisited*, IACR eprint archive, **2017/037**, (2017).
- [2] CAPUÑAY, ALEX; THÉRIAULT, NICOLAS, *Computing Optimal 2-3 Chains for Pairings*, in: Progress in Cryptology – LATINCRYPT 2015, Lecture Notes in Computer Science, **9230**, Springer-Verlag, (2015). 225-244.
- [3] DOCHE, CHRISTOPHE; HABSIEGER, LAURENT, *A Tree-Based Approach for Computing Double-Base Chains*, in: Information Security and Privacy – ACISP 2008, Lecture Notes in Computer Science, **5107**, Springer-Verlag, (2008). 433-446.

\*Parcialmente financiado por el proyecto FONDECYT regular 1151326, e-mail: nicolas.theriault@usach.cl

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por el proyecto FONDECYT regular 1151326, e-mail: cristobal.leiva@usach.cl



# Interpreting arithmetic in rings of polynomials in a language with addition and coprimality

*Javier Utreras\**

*Departamento de Matemática  
Universidad de Concepción  
Concepción, Chile*

## Resumen

In [1], R. Robinson studied the first-order ring structure of various polynomial rings and obtained undecidability results for many of them. In this work, we weaken the multiplication operation to a coprimality relation and generalise Robinson's method to show how to interpret the ring structure of the natural numbers - and hence show undecidability - in the first-order theories polynomial rings of one variable over diverse rings.

## Referencias

- [1] R. ROBINSON, *Undecidable rings*. Transactions AMS **70** (1951), 137–159.

---

\*Partially supported by FONDECYT Postdoctorado 3160301, e-mail: javierutreras@udec.cl

### **3.3. Ecuaciones Diferenciales Parciales**

**Coordinador:**

- Erwan Hingant, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción.



# Lack of exponential decay for the Plate equation with Acoustic Boundary Condition

**Andrés I. Ávila\***

*Departamento de Ingeniería Matemática  
Centro de Excelencia de Modelación y Computación Científica  
Universidad de la Frontera  
Temuco, Chile*

## Resumen

Let  $\Omega$  be a bounded domain in  $\mathbb{R}^n$  with smooth boundary  $\partial\Omega = \Gamma_0 \cup \Gamma_1$ , where  $\Gamma_0$  and  $\Gamma_1$  are bounded non empty and such that  $\overline{\Gamma_0} \cap \overline{\Gamma_1} \neq \emptyset$ . Assume that there exists  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  such that  $\nu(x)(x - x_0) \leq 0$ , on  $\Gamma_0$ ,  $\nu(x)(x - x_0) \geq 0$ , on  $\Gamma_1$ , where  $\nu$  is the unit outward normal vector of  $\Gamma$ . We consider the plate equation

$$\varphi_{tt}(x, t) = -\Delta^2 \varphi(x, t) \quad \text{in } x \in \Omega, t \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

with boundary condition  $\varphi(x, t) = 0$ ,  $\delta_t(x, t) = \Delta \varphi(x, t)$  on  $\Gamma_1$ , where  $\delta$  is the solution of the acoustic boundary condition

$$m\delta_{tt}(x, t) + k\delta(x, t) + \gamma\delta_t(x, t) + \frac{\partial \varphi_t}{\partial \nu}(x, t) = 0 \quad \text{on } \Gamma_1, \quad (2)$$

$m, k, \gamma \in L^\infty(\Gamma_1)$  are positive functions, and  $\varphi(x, t) = 0$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}(x, t) = 0$  on  $\Gamma_0$ .

The acoustic boundary condition was considered for the wave equation by several authors (Abbas and Nicaise [1], Rivera et al. [8] to cite a few). Mugnolo [7] proved the well posedness for an abstract model that includes the plate equation with acoustic boundary condition (1)-(2), but no decay properties. However, the energy associated to system (1)-(2) is dissipative. The main result of this paper shows that a plate system is not exponentially stable using a new for compact perturbed operators [9]. Let us define the phase space by

$$\mathcal{H} = H_{\Gamma_0}^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega) \times L^2(\Omega) \times L^2(\Gamma_1) \times L^2(\Gamma_1),$$

and

$$\mathcal{H}_0 = H^2 \cap H_0^1(\Omega) \times L^2(\Omega) \times H^{1/2}(\Gamma_1) \times H^{1/2}(\Gamma_1),$$

which is invariant by  $S(t)$ .

We use the following result based on an extension of Weyl's Invariant Theorem given in [9].

**Corollary 1** *Let  $\mathcal{T}(t)$  be a contraction semigroups defined on  $\mathcal{H}$  a Hilbert space and  $\mathcal{T}_0(t)$  be an unitary group over  $\mathcal{H}_0$  subspace of  $\mathcal{H}$ . If the difference  $\mathcal{T}(t) - \mathcal{T}_0(t)$  is compact from  $\mathcal{H}_0$  to  $\mathcal{H}$ , then  $\mathcal{T}(t)$  is not exponentially stable.*

Next, we prove

**Lemma 1** *The difference  $K(t) = S(t) - S_c(t)$  is compact from  $\mathcal{H}_0$  to  $\mathcal{H}$ .*

We conclude that

**Theorem 1** *The semigroup  $S(t)$  is not exponentially stable.*

In addition, to prove the polynomial decay, we need to change the usual phase space introducing more regularity, but loosing the dissipative properties of the infinitesimal generator. Applying the following theorem in [3].

---

\*e-mail: andres.avila@ufrontera.cl

**Theorem 2** Let  $S(t)$  be a bounded  $C_0$ -semigroup on a Hilbert space  $\mathcal{H}$  with generator  $A$  such that  $i\mathcal{R} \subset \varrho(A)$ . Then

$$\frac{1}{|\eta|^\alpha} \|(i\eta I - A)^{-1}\| \leq C, \quad \Leftrightarrow \quad \|S(t)A^{-1}\| \leq \frac{C}{t^{1/\alpha}}.$$

We finally prove that

**Theorem 3** The semigroup associated to system (1)–(2) is polynomially stable that is

$$\|S(t)U_0\| \leq \frac{C}{t^{1/4}} \|U\|_{D(\mathcal{A})}.$$

Joint work with:

**Juan Luis Aguayo**<sup>1</sup>, Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad Austral de Chile, Chile.

**Author 3**<sup>2</sup>, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

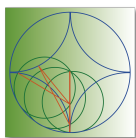
## Referencias

- [1] Abbas, Z., Nicaise, S. *The multidimensional wave equation with generalized acoustic boundary conditions II: Polynomial stability*, SIAM J. on Control and Optimization Vol. **53**, (2015), 2582–2607.
- [2] Aguayo J., Ávila A., Muñoz R. Jaime E., *Lack of exponential for an Acoustic Wave Model*, Submitted to JMAA.
- [3] Borichev A., Tomilov Y., *Optimal polynomial decay of functions and operator semigroups*, *Mathematische Annalen* Vol. **347**, (2009), 455–478.
- [4] Engel K., Nagel R., *One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations*. Graduate Texts in Mathematics. Springer Verlag, New York, 2000.
- [5] Kato T., *Perturbation Theory of Linear Operators*, Springer - Verlag, New York, 1980.
- [6] Lagnese J., *Boundary stabilization of Thin Plates*, *SIAM Studies in Applied Mathematics*, Vol 10, SIAM, Philadelphia. (1989).
- [7] Mugnolo, D. *Abstract wave equations with acoustic boundary conditions*, *Math. Nachr.* **279**, 293–318 (2006).
- [8] Muñoz-Rivera, JE. and Qin, Y., *Polynomial decay for the energy with an acoustic boundary condition*, *App. Math. Letters* Vol. **16**, (2003), 249–256.
- [9] Muñoz R. Jaime E., Racke R., *Transmission problems in (thermo-)viscoelasticity with Kelvin-Voigt damping: non-exponential, strong and polynomial stability*, *SIAM J. Math. Anal.* Vol. **49**, (2017), 3741–3765.

---

<sup>1</sup>e-mail: [juanaguayo@uach.cl](mailto:juanaguayo@uach.cl)

<sup>2</sup>Partially supported by Project GI 171608/VC from Universidad del Bío-Bío, e-mail: [jemunozrivera@gmail.com](mailto:jemunozrivera@gmail.com)



# Control of parabolic systems and some applications to the control of fluids

*Nicolás Carreño\**

*Departamento de Matemática  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Santiago, Chile*

## Resumen

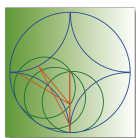
This talk is meant to be a brief overview of the control of linear parabolic equations and systems, using the heat equation as an example. As we will see, the control problem is equivalent to an observability inequality for the adjoint equation. We will present a strategy based on Carleman estimates to prove observability for equations and systems. Then, we will see how these ideas are applied to obtain controllability results for some models from fluid mechanics: the Navier-Stokes and Boussinesq systems. In particular, we are interested in controlling these systems when one or more components of the control are missing.

## Referencias

- [1] CARREÑO, N., *Insensitizing controls for the Boussinesq system with no control on the temperature equation*, Adv. Differential Equations **22**, (2017), no. 3-4, 235-258.
- [2] CARREÑO, N.; GUERRERO, S.; GUEYE, M., *Insensitizing controls with two vanishing components for the three-dimensional Boussinesq system*, ESAIM Control Optim. Calc. Var. **21**, (2015), no. 1, 73-100.
- [3] CARREÑO, N.; GUEYE, M., *Insensitizing controls with one vanishing component for the Navier-Stokes system*, J. Math. Pures Appl. **101**, (2014), no. 1, 27-53.
- [4] CARREÑO, N., *Local controllability of the  $N$ -dimensional Boussinesq system with  $N-1$  scalar controls in an arbitrary control domain*, Math. Control Relat. Fields **2**, (2012), no. 4, 361-382.
- [5] CARREÑO, N.; GUERRERO, S., *Local null controllability of the  $N$ -dimensional Navier-Stokes system with  $N-1$  scalar controls in an arbitrary control domain*, Math. Fluid Mech. **15**, (2013), no. 1, 139-153.

---

\*Partially supported by FONDECYT 11170489, e-mail: nicolas.carrenog@usm.cl



# Existence and uniqueness of stationary solutions for a bioconvective flow model

**Aníbal Coronel\***

*Facultad de Ciencias*

*Departamento de Ciencias Básicas*

*Universidad del Bío-Bío*

*Chillán, Chile*

## Resumen

In this paper we prove the existence and uniqueness of weak solutions for the boundary value problem modelling the stationary case of the bioconvective flow problem. The bioconvective model is a boundary value problem for a system of four equations: the nonlinear Stokes equation, the incompressibility equation and two transport equations. The unknowns of the model are the velocity of the fluid, the pressure of the fluid, the local concentration of microorganisms and the oxygen concentration. We derive some appropriate a priori estimates for the weak solution, which implies the existence, by application of Gossez theorem, and the uniqueness by standard methodology of comparison of two arbitrary solutions.

Joint work with:

**Luis Friz, Ian Hess & Alex Tello<sup>1</sup>**, Facultad de Ciencias, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad del Bío-Bío, Chillán, Chile.

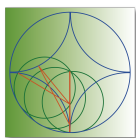
## Referencias

- [1] A. CORONEL, L. FRIZ, I. HESS, A. TELLO *A result on the existence and uniqueness of stationary solutions for a bioconvective flow model*, to appear in “Journal in Function Spaces”.
- [2] J. L. BOLDRINI, M. A. ROJAS-MEDAR, AND M. D. ROJAS-MEDAR, *Existence and uniqueness of stationary solutions to bioconvective flow equations*. Electron. J. Differential Equations 2013, No. 110, 15 pp.
- [3] A. CĂPĂȚÎNĂ, R. STAVRE. *A control problem in biconvective flow*. J. Math. Kyoto Univ. 37 (1997), no. 4, 585–595.
- [4] Y. KAN-ON, K. NARUKAWA, Y. TERAMOTO, *On the equations of bioconvective flow*. J. Math. Kyoto Univ. 32 (1992), no. 1, 135–153.

---

\*Partially supported by DIUBB 172409 GI/C and 183309 4/R at U. del Bío-Bío (Chile), e-mail: [acoronel@ubiobio.cl](mailto:acoronel@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by DIUBB 172409 GI/C at U. del Bío-Bío (Chile), e-mail: [lfritz@ubiobio.cl](mailto:lfritz@ubiobio.cl)



# Nonradial solutions for the Hénon equation close to the threshold

**Pablo Figueroa\***

*Escuela de Educación Matemática e Informática Educativa  
Universidad Católica Silva Henríquez  
Santiago, Chile*

## Resumen

We consider the Hénon problem

$$\begin{cases} -\Delta u = |x|^\alpha u^{\frac{N+2+2\alpha}{N-2}-\varepsilon} & \text{in } B_1, \\ u > 0 & \text{in } B_1, \\ u = 0 & \text{on } \partial B_1, \end{cases}$$

where  $B_1$  is the unit ball in  $\mathbb{R}^N$  and  $N \geq 3$ . For  $\varepsilon > 0$  small enough, we use  $\alpha$  as a parameter and prove the existence of a branch of nonradial solutions that bifurcates from the radial one when  $\alpha$  is close to an even positive integer.

Joint work with:

**Sérgio L. N. Neves<sup>1</sup>**, Departamento de Matemática, Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, Brasil.

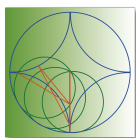
## Referencias

- [1] GLADIALI, F., GROSSI M. AND NEVES S. L. N., *Nonradial solutions for the Hénon equation in  $\mathbb{R}^N$* , Adv. Math. **249** (2013). 1-36.
- [2] GLADIALI, F., GROSSI M. AND NEVES S. L. N., *Symmetry breaking and Morse index of solutions of nonlinear elliptic problems in the plane*, Commun. Contemp. Math., **18**, (2016), 1550087, 31.
- [3] SMOLLER, J.; WASSERMAN, A., *Symmetry breaking for solutions of semilinear elliptic equations with general boundary conditions*, Comm. Math. Phys. **105** (1986). 415–441.

---

\*Partially supported by Fondecyt Iniciación N°11130517, e-mail: pfigueroas@ucsh.cl

<sup>1</sup>e-mail: sergio184@gmail.com



## Problema en un dominio exterior con condición de frontera de Dirichlet

**J.C. Guajardo B.\***

*Departamento de Matemática, FCFM*

*Universidad de Concepción*

*Concepción, Chile*

### Resumen

En esta presentación, estudiamos la existencia de soluciones radiales positivas para la EDP  $\operatorname{div}(A(|\nabla u|)\nabla u) + \lambda k(|x|)f(u) = 0$  sobre un dominio exterior con condición de frontera de Dirichlet. Utilizamos técnicas basadas en teoremas de punto fijo para operadores sobre espacios de Banach. [1]

Trabajo realizado en conjunto con:

**S. Lorca**<sup>1</sup>, Instituto de Alta Investigación, Universidad de Tarapacá, Casilla 7-D, Arica, Chile.

**R. Mahadevan**<sup>2</sup>, Depto. de Matemática, FCFM, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

### Referencias

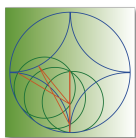
- [1] H.Wang, *On the structure of positive radial solutions for quasilinear equations in annular domains*, Advances in Differential Equations, **8** (2003), 111-128.
- [2] J. Sánchez, *Multiple positive solutions of singular eigenvalue type problems involving the one-dimensional  $p$ -laplacian*, J. Math. Anal. Appl., **292** (2004), 401-414.

---

\*Parcialmente financiado por Universidad de Concepción, e-mail: [juancguajardo@udec.cl](mailto:juancguajardo@udec.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Instituto de Alta Investigación, Universidad de Tarapacá, e-mail: [slorca@uta.cl](mailto:slorca@uta.cl)

<sup>2</sup>Parcialmente financiado por Universidad de Concepción, e-mail: [rmahadevan@udec.cl](mailto:rmahadevan@udec.cl)



# Soluciones radiales positivas de problemas no lineales con valores de frontera

**Leonelo Iturriaga\***

*Departamento de Matemática*

*Universidad Técnica Federico Santa María*

*Santiago, Chile*

## Resumen

En esta charla consideraremos la siguiente ecuación elíptica cuasilineal:

$$\begin{cases} -\operatorname{div} \left( \frac{|x|^\alpha \nabla u}{(a(|x|) + g(u))^\gamma} \right) = |x|^\beta u^p, & \text{en } \Omega \\ u = 0, & \text{en } \partial\Omega, \end{cases}$$

donde  $a$  es una función continua y positiva,  $g$  es una función continua no decreciente y no negativa,  $\Omega = B_R$  es la bola de radio  $R > 0$  centrada en el origen de  $\mathbb{R}^N$ ,  $N \geq 3$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $\gamma \in (0, 1)$  y  $p > 1$ .

Inicialmente, obtendremos un nuevo resultado tipo Liouville para una especie de “ecuación quebrada”. Este resultado, combinado con las técnicas de blow-up, estimaciones a priori y resultados de punto fijo de tipo Krasnosel'skii, nos permitirán asegurar la existencia de una solución radial positiva. También, obtendremos un resultado de no existencia, probado a través de una variación de la identidad de Pohozaev.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Patricio Cerda**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática y C.C., Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

**Sebastián Lorca**<sup>2</sup>, Instituto de Alta Investigación, Universidad de Tarapacá, Arica, Chile.

**Pedro Ubilla**<sup>3</sup>, Departamento de Matemática y C.C., Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

## Referencias

- [1] A. Alvino, L. Boccardo, V. Ferone, L. Orsina and G. Trombetti, *Existence results for nonlinear elliptic equations with degenerate coercivity*, Annali di Matematica. **182** (2000), 53-79.
- [2] A. Benkirane, A. Youssfi, D. Meskine, *Bounded solutions for nonlinear elliptic equations with degenerate coercivity and data in an  $L \log L$* , Bull. Belg Math. Soc. Simon Stevin, **15** (2008), 369-375.
- [3] L. Boccardo, *Some Elliptic Problems With Degenerate Coercivity*, Advanced Nonlinear Studies, **6** (2006), 1-12.
- [4] L. Boccardo, H. Brezis, *Some Remarks on a Class of Elliptic Equations with Degenerate Coercivity*, Bollettino U. M. I. **8** 6-B (2003), 521-530.

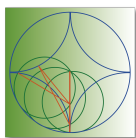
\*Parcialmente financiado por Fondecyt 1161635, 1171691 y 1171532, e-mail: leonelo.iturriaga@usm.cl

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por PAI-CONICYT 79140015, e-mail: patricio.cerda@usach.cl

<sup>2</sup>e-mail: slorca@uta.cl

<sup>3</sup>Parcialmente financiado por Fondecyt 1161635, 1171691 y 1171532, e-mail: pedro.ubilla@usach.cl

- [5] L. Boccardo, A. Dall'aglio, L. Orsina, *Existence and regularity results for some elliptic equations with degenerate coercivity*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena. **46** (1998), suppl., 51-81.
- [6] L. Boccardo, S. Segura de León and C. Trombetti, *Bounded and Unbounded Solutions for a class of Quasi-Linear Elliptic Problems With a Quadratic Gradient Term*, J. Math. Pures Appl. **9** (2001), 919-940.
- [7] P. Clement, D. de Figueiredo and E. Mitidieri *Quasilinear elliptic equation with critical exponents*, Topol. Methods Nonlinear Anal. **7** (1996), no. 1, 133-170.
- [8] P. Clement, R. Manásevich and E. Mitidieri *Positive solutions for a quasilinear system via blow up*, Comm. in P.D.E. **18** (1993), 2071-2106.
- [9] L. Evans, *Partial Differential Equations*, American Mathematical Soc. 01 June 1998.
- [10] M. A. Krasnosel'skii, *Positive solutions of operators equations*, Noordhoff, Groningen, 1964.
- [11] S. N. Armstrong, B. Sirakov, *Nonexistence of positive supersolutions of elliptic equations via the maximum principle*. Comm. Partial Differential Equations **36** (2011), no. 11, 2011–2047.
- [12] M-F. Bidaut-Véron, *Local and global behavior of solutions of quasilinear equations of Emden-Fowler type*. Arch. Rational Mech. Anal. **107** (1989), 293–324.
- [13] M-F. Bidaut-Véron, S. Pohozaev, *Nonexistence results and estimates for some nonlinear elliptic problems*. J. Anal. Math. **84** (2001), 1–49.
- [14] Ph. Clément , D. G. de Figueiredo, E. Mitidieri, *Positive Solutions of Semilinear Elliptic Systems*, Comm Part Diff Eq **17** (1992), 923–940.
- [15] L. Damascelli, A. Farina, B. Sciunzi, E. Valdinoci, *Liouville results for  $m$ -Laplace equations of Lane-Emden-Fowler type*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire **26** (2009), no. 4, 1099–1119
- [16] B. Gidas, J. Spruck, *A priori bounds for positive solutions of nonlinear elliptic equations*. Comm. Partial Differential Equations **6** (1981), no. 8, 883–901.
- [17] B. Gidas, J. Spruck, *J. Global and local behavior of positive solutions of nonlinear elliptic equations*. Comm. Pure Appl. Math. **34** (1981), no. 4, 525–598.
- [18] N. Kawano, W. Ni, and S. Yotsutani *A generalized Pohozaev identity and its applications*. J. Math. Soc. Jpn. **42(3)** (1990), 541–564.
- [19] M.A. Krasnoselskii, *Fixed point of cone-compressing or cone-extending operators* Soviet. Math. Dokl., **1** (1960), 1285–1288.
- [20] E. Mitidieri and S.I. Pokhozhaev, *Absence of positive solutions for quasilinear elliptic problems in  $\mathbb{R}^N$* , Tr. Mat. Inst. Steklova **227** (1999) 192–222 (Issled. po Teor. Differ. Funkts. Mnogikh Perem. i ee Prilozh. 18).
- [21] S. I. Pohožaev, *On the eigenfunctions of the equation  $\Delta u + \lambda f(u) = 0$* , Dokl. Akad. Nauk SSSR **165** (1965), 36–39.
- [22] J. Serrin, H. Zou, *Cauchy-Liouville and universal boundedness theorems for quasilinear elliptic equations and inequalities*. Acta Math. **189** (2002), no. 1, 79–142.



# Controlabilidad de la ecuación Korteweg-De Vries en una red en forma de estrella

**Claudia Moreno\***

*Departamento de Matemáticas  
Universidad Técnica Federico Santa María  
Valparaíso*

## Resumen

La teoría de control tiene un lugar importante en diferentes disciplinas científicas. Esta permite el estudio de ciertas propiedades de modelos matemáticos que describen fenómenos físicos. Una gran parte de estos modelos utilizan diferentes tipos de ecuaciones en derivadas parciales, siendo para nosotros de gran interés los sistemas de ecuaciones acoplados desde un nivel aplicativo.

En esta charla se presentará la ecuación Korteweg-de Vries en una red en forma de estrella, este sistema está conformado por  $N$  ecuaciones de Korteweg-de Vries acopladas por las condiciones de borde. En la literatura (ver[1]) se han obtenido resultados de controlabilidad exacta con  $N + 1$  controles donde  $N$  controles actúan en los extremos de la red más un control central. Se mostrará que el sistema es exactamente controlable con menos controles. El sistema es descrito por la siguiente ecuación:

$$\left\{ \begin{array}{ll} (\partial_t u_j + \partial_x u_j + u_j \partial_x u_j + \partial_x^3 u_j)(t, x) = 0, & \forall x \in (0, l_j), \forall t > 0, j = 1, \dots, N \\ u_j(t, 0) = u_k(t, 0), & \forall t > 0, j, k = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \partial_x^2 u_j(t, 0) = -\alpha u_1(t, 0) - \frac{N}{3} (u_1(t, 0))^2 + g(t), & \forall t > 0, j = 1, \dots, N \\ u_j(t, l_j) = 0, & \forall t > 0, j = 1, \dots, N \\ \partial_x u_j(t, l_j) = g_j(t), & \forall t > 0, j = 1, \dots, N \\ u_j(0, x) = u_j^0(x), & \forall x \in (0, l_j), j = 1, \dots, N. \end{array} \right. \quad (1)$$

Usamos la dualidad y el método de multiplicadores para estudiar la controlabilidad del sistema linealizado en torno al origen y la teoría de punto fijo para incluir las no linealidades.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Eduardo Cerpa**<sup>1</sup>, Departamento de Matemáticas, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile.

**Emmanuelle Crépeau**<sup>2</sup>, Departamento de Matemáticas, Universidad Versailles Saint Quentin en Yvelines, Versailles, Francia.

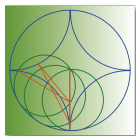
## Referencias

- [1] K. Ammari, E. Crépeau. Feedback stabilization and boundary controllability of the Korteweg-de Vries equation on a star-shaped network. Preprint, 2017, 18-22.

\*Parcialmente financiado por Conicyt, e-mail: [claudia.morenog@sansano.usm.cl](mailto:claudia.morenog@sansano.usm.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Conicyt, e-mail: [eduardo.cerpa@usm.cl](mailto:eduardo.cerpa@usm.cl)

<sup>2</sup>e-mail: [emmanuelle.crepeau@uvsq.fr](mailto:emmanuelle.crepeau@uvsq.fr)



# Solutions to the Cahn-Hilliard-Willmore equation in dimension 2 and 3

**Matteo Rizzi\***

*Centro de Modelamiento matemático*

*Universidad de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

In the talk I will discuss the construction of some solutions to the Cahn-Hilliard-Willmore equation

$$-\Delta(-\Delta u + W'(u)) + W''(u)(-\Delta u + W'(u)) = 0, \quad W(t) := \frac{(1-t^2)^2}{4} \quad (1)$$

in  $\mathbb{R}^2$  and in  $\mathbb{R}^3$ . There are some  $\Gamma$ -convergence results that relate the corresponding energy

$$E_\varepsilon(u) := \frac{1}{2\varepsilon} \int_{\Omega} \left( \varepsilon \Delta u + \frac{W'(u)}{\varepsilon} \right)^2 dx,$$

appropriately rescaled with a small parameter  $\varepsilon$ , to the Willmore functional, defined as the integral of the squared mean curvature of the interface, that is

$$\mathcal{W}(u) := \int_{\partial E \cap \Omega} H_{\partial E}^2(y) d\sigma_{\partial E}(y), \quad E := \{x \in \Omega : u(x) = 1\}$$

if  $u \in BV(\Omega)$  only takes the values  $\pm 1$ ,  $+\infty$  otherwise (see [1, 3]). In view of these results, it is natural to think that, rescaling a given solution to the Cahn-Hilliard-Willmore equation with a small parameter  $\varepsilon > 0$ , the interface will be, in the limit as  $\varepsilon \rightarrow 0$ , a Willmore surface.

In ([2]) and ([4]) we start from a prescribed Willmore manifold and we construct solutions vanishing close to it. In particular, in [2] we construct an entire solution (1) in dimension 2, vanishing close a periodic Willmore curve, and in [4] we construct a solution in dimension 3 vanishing close to the Clifford Torus, that is the Torus of radii 1 and  $\sqrt{2}$ . In this case, due to the geometry, a Lagrange multiplier appears.

Joint work with:

**Andrea Malchiodi**<sup>1</sup>, Classe di Scienze, Scuola normale superiore, Pisa, Italy.

**Rainer Mandel**<sup>2</sup>, Fakultät für Mathematik, KIT, Karlsruhe, Germany.

## Referencias

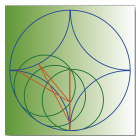
- [1] BELLETTINI, G., PAOLINI, M., *Approssimazione variazionale di funzioni con curvatura*, Seminario di analisi matematica, Univ. Bologna, 1993.
- [2] MALCHIODI, A., MANDEL, R., RIZZI, M., *Periodic solutions to a Cahn-Hilliard Willmore equation in the plane*, Arch. Ration. Mech. Anal. **228** (2018), no. 3, 821-866.

\*Partially supported by Fondecyt, Conicyt, Proyecto n. 3170111, e-mail: [mrizzi1988@gmail.com](mailto:mrizzi1988@gmail.com)

<sup>1</sup>Partially supported by MIUR Bando PRIN 2015 2015KB9WPT001, e-mail: [andrea.malchiodi@sns.it](mailto:andrea.malchiodi@sns.it)

<sup>2</sup>Partially supported by Scuola Normale superiore, e-mail: [rainer.mandel@kit.edu](mailto:rainer.mandel@kit.edu)

- [3] NAGASE, Y., TONEGAWA, Y., *A singular perturbation problem with integral curvature bound*, Hiroshima Math. J. **37**, (2007), no. 3, 455-489.
- [4] RIZZI, M., *Clifford Tori and the singularly perturbed Cahn-Hilliard equation*, J. Differential Equations **262** (2017), no. 10, 5306-5362.



# The role of the Painlevé equation in phase transition phenomena

*Panayotis Smyrnelis\**

*Centro de Modelamiento Matemático  
Universidad de Chile*

## Resumen

We study qualitative properties of global minimizers of the Ginzburg-Landau energy which describes light-matter interaction in the theory of nematic liquid crystals. This model depends on two parameters:  $\epsilon > 0$  which is small and represents the coherence scale of the system and  $a \geq 0$  which represents the intensity of the applied laser light. In particular we are interested in the phenomenon of symmetry breaking as  $a$  and  $\epsilon$  vary. We show that when  $a = 0$  the global minimizer is radially symmetric and unique and that its symmetry is instantly broken as  $a > 0$  and then restored for sufficiently large values of  $a$ . Symmetry breaking is associated with the presence of a new type of topological defect which we named the shadow vortex. We also discovered that the profile of the global minimizers on the boundary of the illuminated region is given by the universal equation of Painlevé. The symmetry breaking scenario is a rigorous confirmation of experimental and numerical results obtained earlier.

Joint work with:

**Michał Kowalczyk**<sup>1</sup>, Universidad de Chile, CMM.

**Marcel Clerc**<sup>2</sup>, Universidad de Chile, Departamento de Física.

## Referencias

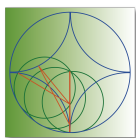
- [1] CLERC, M., KOWALCZYK, M., SMYRNELIS, P., *Symmetry breaking and restoration in the Ginzburg-Landau model of nematic liquid crystals*, Journal of Nonlinear Science (2018), DOI: 10.1007/s00332-018-9442-5.
- [2] CLERC, M., KOWALCZYK, M., SMYRNELIS, P., *The role of the Painlevé equation in phase transition phenomena*. In preparation.

---

\*Partially supported by Fondecyt 3160055, e-mail: [psmyrnelis@dim.uchile.cl](mailto:psmyrnelis@dim.uchile.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by Fondecyt 1130126 and 1170164, e-mail: [kowalczy@dim.uchile.cl](mailto:kowalczy@dim.uchile.cl)

<sup>2</sup>Partially supported by Fondecyt 1150507S, e-mail: [marcel@dfi.uchile.cl](mailto:marcel@dfi.uchile.cl)



# Breathers and the dynamics of solutions in KdV type equations

*Claudio Muñoz\**  
*CMM-DIM, FCFM*  
*Universidad de Chile*  
*Santiago, Chile*

## Resumen

In this talk our first aim is to obtain a large class of non-linear functions  $f(\cdot)$  for which the IVP for the generalized Korteweg-de Vries equation does not have breathers or “small” breathers solutions. Also we prove that all small, uniformly in time  $L^1 \cap H^1$  bounded solutions to KdV and related perturbations must converge to zero, as time goes to infinity, locally in an increasing-in-time region of space of order  $t^{1/2}$  around any compact set in space. This set is included in the linearly dominated dispersive region  $x \ll t$ . Moreover, we prove this result independently of the well-known supercritical character of KdV scattering. In particular, no standing breather-like nor solitary wave structures exists in this particular regime.

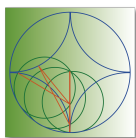
Joint work with:

**Gustavo Ponce**<sup>1</sup>, Department of Mathematics, University of California-Santa Barbara, CA 93106-USA.

---

\*Partially supported by XXX, e-mail: [cmunoz@dim.uchile.cl](mailto:cmunoz@dim.uchile.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [ponce@math.ucsb.edu](mailto:ponce@math.ucsb.edu)



## Controllability of systems of coupled PDEs by spectral methods

*Alberto Mercado Saucedo\**  
*Departamento de Matemática*  
*Universidad Técnica Federico Santa María*  
*Valparaíso, Chile*

### Resumen

In this talk we will introduce the moment method for controllability of evolution PDEs, which is based on the properties of the exponential functions  $\{e^{-\lambda_n t}\}$  in the space  $L^2([0, T])$ , where  $\{\lambda_n\}$  is the family of eigenvalues of the involved differential operators. Since the seminal work of Fattorini-Russell (1971), where it was proved the null-controllability of parabolic equations, this method has been widely used.

In particular, we are interested in the boundary controllability of systems of coupled parabolic equations, where interesting properties have been proved using this method. We will present some recent results for Kuramoto Sivashinsky (KS) system, a parabolic fourth order partial differential equation, coupled with the heat equation, and some related problems.

Joint work with:

**Nicolás Carreño** and **Eduardo Cerpa** (UTFSM).

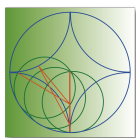
---

\*Partially supported by FONDECYT 1171712, e-mail: [alberto.mercado@usm.cl](mailto:alberto.mercado@usm.cl)

### **3.4. Sistemas Dinámicos**

#### **Coordinadores:**

- Mariana Saavedra, Departamento de Matemáticas, Universidad de Concepción, Concepción.
- Marco Uribe, Departamento de Matemática y Física Aplicada, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción.



## About cubic polynomial map with a periodic critical orbit

*Matthieu Arfeux\**

*Instituto de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*

*Valparaíso, Chile*

### Resumen

We study the dynamics of cubic polynomials with complex coefficients. We recall the parametrization introduced by John Milnor that makes it a dimension two complex variety. We are interested in the locus where the polynomials have a critical point of some given exact finite period. These are smooth algebraic curves, and John Milnor conjectured that they are irreducible. Jan Kiwi and I propose a proof for this result. I will also present new tools to further understand these curves and construct bridges between different tools in combinatorial holomorphic dynamics.

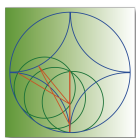
Trabajo realizado en conjunto con:

**Jan Kiwi**<sup>1</sup>, Facultad de Matemática, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile.

---

\*Parcialmente financiado por Fondecyt iniciación 11170276, e-mail: [matthieu.arfeux@pucv.cl](mailto:matthieu.arfeux@pucv.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Fondecyt 1160550, e-mail: [jkiwi@mat.puc.cl](mailto:jkiwi@mat.puc.cl)



# EQUIVALENCIAS TOPOLÓGICAS LOCALES DEL ATRACTOR GEOMÉTRICO DE LORENZ

**Juan Carmona** \*

*Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Universidad Austral de Chile  
Chile.*

## Resumen

Guckenheimer y Williams en [2] probaron que el atractor geométrico de Lorenz tiene módulo de estabilidad 2, esto en la topología  $C^k$ , es decir, existe una familia de flujos de dos parámetros tal que cualquier perturbación de clase  $C^k$  del flujo de este atractor es topológicamente equivalente a un miembro de esta familia. Además dicha conjugación se puede extender a una vecindad del atractor. Robinson en [3] prueba este hecho cuando  $k = 2$ . Ellos usaron la existencia de una foliación invariante diferenciable de la variedad estable. En esta charla veremos que tal módulo de estabilidad también es válido en la topología  $C^1$ . El principal argumento es la existencia, para todo campo de vectores  $C^1$  cercano al campo que exhibe un atractor geométrico de Lorenz, de una laminación continua e invariante, con la que induce una aplicación unidimensional localmente eventualmente sobre [1] que gobierna la dinámica de las hojas. Esta propiedad es suficiente para determinar las clases de equivalencia y construir una aplicación de equivalencia entre los campos en la misma clase. Además esta equivalencia puede ser extendida en una vecindad de los atractores.

Joint work with: Dante Carrasco-Oliveira (Universidad del Bío-Bío) y Bernardo San Martín (Universidad Católica del Norte)

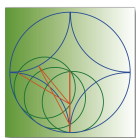
## Referencias

- [1] J. Carmona, D. Carrasco-Oliveira and B. San Martín, *On the  $C^1$  robust transitivity of the geometric Lorenz attractor*. J. Differential Equations 262 (2017) 5928–5938.
- [2] J. Guckenheimer and R. F. Williams. *Structural stability of Lorenz attractors*. Publ. Math. IHES 50 (1979), 59–72.
- [3] C. Robinson, *Differentiability of the stable foliation for the model Lorenz equations*. Dynamical systems and turbulence, Warwick 1980 (Coventry, 1979/1980), Lecture Notes in Math., 898, Springer, Berlin-New York (1981), 302–315.

---

\*

e-mail: jcarmona.math@gmail.com



## Continuum-wise distal homeomorphisms

*Carrasco-Olivera, Dante\**

*Department of Mathematics*

*University of Bío-Bío*

*Concepción, Chile*

### Resumen

The notion of distal homeomorphism is important in topological dynamics. In this paper we incorporate it into the continuum theory [3] through the notion of *continuum-wise distal homeomorphism*. The cw-distal homeomorphisms constitute a class much larger than that of distal homeomorphisms. We study several properties of cw-distal homeomorphisms. Some results concerning distal homeomorphisms will be generalized to the case of cw-distal homeomorphisms. Notions of cw-distality for measures are also introduced and studied. For continuum-wise and distal dynamical systems see also [1, 2].

Joint work with:

**C. Morales**<sup>1</sup>, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil.

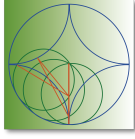
### Referencias

- [1] KATO, H., *Continuum-wise expansive homeomorphisms*, Canad. J. Math. **45**, (1993), 576–598.
- [2] LEE, K., MORALES, C.A., *Distal points for Borel measures*, Topology Appl. **221**, (2017), 524–533.
- [3] NADLER, S.B., *Continuum theory. An introduction*. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics Marcel Dekker, Vol. **158**. Inc., New York, (1929).

---

\*Partially supported by FONDECYT project 1181061, CONICYT (Chile), e-mail: [dcarrasc@ubiobio.cl](mailto:dcarrasc@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by CNPq from Brazil, e-mail: [morales@impa.br](mailto:morales@impa.br)



# On the $\mathcal{KS}$ -regularization of the Kepler system through symmetry and reduction.

*Francisco Crespo\**

*Departamento de matemática*

*Universidad del Bío-Bío*

*Concepción, Chile*

## Resumen

The Kustaanheimo-Stiefel transformation, from now on  $\mathcal{KS}$ , connects two of the most remarkable systems of classical mechanics. Namely, the 4-D isotropic oscillator and the spatial Kepler systems, which are some of the very rare few examples of maximally superintegrable and are defined by the parametric Hamiltonian functions

$$\mathcal{H}_\omega = \frac{1}{2} \sum_i^4 (p_i^2 + \omega q_i^2), \quad (1)$$

and

$$\mathcal{K}_\mu = \frac{1}{2} |\mathbf{y}|^2 - \frac{\mu}{|\mathbf{x}|} \quad (2)$$

where  $\omega$  and  $\mu$  are positive parameters and  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in T^*\mathbb{R}_0^3$ . The isotropic oscillator and the bounded Kepler system describe orbits with the same geometry. However, from the dynamical point of view they show significant differences due to the origin displacement from the center to the foci. Precisely, the incompleteness of the Kepler system flow may be the major discrepancy and boosted a number of regularizing efforts. The connection between both systems is not an evident issue and has a long history that goes back to the time of Euler [Euler, 1767], which for the one dimensional Kepler motion already established the connection with the one dimensional harmonic oscillator by introducing a square-root coordinate  $q = \sqrt{x}$  and a fictitious time. To mimic the process in the two dimensional case took more than one and a half century, when Levi-Civita [Levi-Civita, 1920] bridged the gap by introducing a conformal map. The final step was carried out by Kustaanheimo and Stiefel in a striking way [Kustaanheimo and Stiefel, 1965], since the spatial Kepler system is linked to the four dimensional oscillator.

In our study we focus on the  $\mathcal{KS}$  map hinging on quaternions. This map was obtained by imposing a generalization scheme to the Levi-Civita process and working with matrices. As a result, the generalization of the Levi-Civita to the three dimensional case is not easy and the process ends up with an 4-D system. One of our aims is to review the issue of the extra dimension trying to seed some light on this matter. Specifically, we refer to the bilinear relation appearing in the original definition of this transformation and the key role it performs in the immersion of the 3-D Kepler system in four dimensions. Moreover, we will define a second bilinear relation, named as twin-bilinear, which plays an equivalent role. That is to say, they both are the momentum maps of two  $S^1$ -actions on  $T^*\mathbb{H}_0 \equiv T^*\mathbb{C}_0^2 \equiv T^*\mathbb{R}_0^4$ . The  $\mathcal{KS}$  map is closely related to the named action since it maps  $S^1$ -orbits in  $T^*\mathbb{H}_0$  to single points. This  $S^1$ -point association of the  $\mathcal{KS}$  map was already evidenced in [?] from a geometrical interpretation point of view in terms of quaternions.

Additionally, we will show how the Projective Euler variables, which are a customized version of the classical Euler angles studied in [Ferrer and Crespo, 2014], provide a straightforward way for reaching the  $\mathcal{KS}$  transformation. Precisely, these set of variables provides local coordinates for  $T^*\mathbb{H}_0$  that allows for “reading” the angles of the  $S^1$  orbits associated to the mentioned

\*Fondecit 11160224, e-mail: fcrespo@ubiobio.cl

actions. The actual oscillator-Kepler connection is carried out by changing to the Projective Euler variables plus a regularization. However, we discuss two possible regularizations here; one of them allows for the mentioned connection. The other one makes the oscillator in these variables separable by splitting it in two 1-DOF subsystems. Moreover, the action-angle variables associated to one of these subsystems (the spherical rotor in the classical Euler angles) provides a new set of variables in which the connection of the 4-D oscillator is now established with the planar Kepler system. This connection is now determined regardless of the value of the bilinear and twin-bilinear momentum map. Thus, our approach made transparent that only when we refer to rectilinear solutions, the bilinear relation defining the  $\mathcal{KS}$  transformation is needed.

Joint work with:

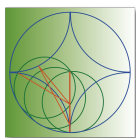
**Sebastián Ferrer**<sup>1</sup>, Space Dynamic Group, DITEC, Universidad de Murcia, Murcia, España.

## Referencias

- [Euler, 1767] Euler, L. (1767). De motu rectilineo trium corporum se mutuo attrahentium. *Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, 11:144–151.
- [Levi-Civita, 1920] Levi-Civita, T. (1920). Sur la régularisation du problème des trois corps. *Acta Mathematica*, 42.
- [Kustaanheimo and Stiefel, 1965] Kustaanheimo, P. and Stiefel, E. (1965). Perturbation theory of Kepler motion based on spinor regularization. *J. Reine Angew. Math.*, 218:204–219.
- [Ferrer and Crespo, 2014] Ferrer, S. and Crespo, F. (2014). Parametric quartic Hamiltonian model. A unified treatment of classic integrable systems. *Journal of Geometric Mechanics*, 6(4):479–502.

---

<sup>1</sup>e-mail: [sferrer@um.es](mailto:sferrer@um.es)



## La distancia entre medidas estacionarias

*Italo Cipriano\**

*Facultad de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

*Santiago, Chile*

### Resumen

Los sistemas de funciones iteradas fueron introducidos por J. Hutchinson [3] y sirven como modelos de plantas y hojas, y en general, de cualquier objeto cuya geometría presente ramificaciones auto-similares. Son importantes en el área de geometría fractal y en sistemas dinámicos. Además, tienen aplicación práctica en la compresión de imágenes digitales conocida como compresión fractal.

Estos sistemas tienen la particularidad de poseer un único conjunto compacto no vacío invariante, y este conjunto a su vez, es el soporte de la única medida de probabilidad de Borel satisfaciendo cierta condición de auto-similitud. Tal medida se conoce como medida estacionaria.

En [2] se plantea el problema general de determinar la distancia de Wasserstein entre cualquier par de medidas estacionarias. En el mismo trabajo, se obtiene una fórmula explícita para el caso de sistemas de funciones iteradas compuestos de dos contracciones del intervalo unitario con imágenes disjuntas de pendientes positivas iguales. Adicionalmente, se plantea una conjetura para el caso de pendientes distintas y se propone un plan de trabajo futuro que consiste en estudiar los casos de dimensiones mayores, más de dos funciones o que las contracciones no sean disjuntas.

En [4] se demuestra afirmativamente la conjetura para el caso de dos contracciones del intervalo unitario con imágenes disjuntas de pendientes positivas no necesariamente iguales. Las demostraciones utilizan un resultado de la distancia de Wasserstein entre medidas de probabilidad en  $\mathbb{R}$ , probado independientemente en [1] y [5].

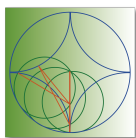
En el presente trabajo se obtiene una fórmula explícita para el caso de cualquier número de contracciones del intervalo unitario con imágenes disjuntas de pendientes positivas no necesariamente iguales.

### Referencias

- [1] G. Dall'Aglio, "Sugli estremi dei momenti delle funzioni di ripartizione doppia." *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci.*, 3 : 1 (1956), 33-74.
- [2] J. Fraser, First and second moments for self-couplings and Wasserstein distances, *Mathematische Nachrichten*, 288 (2015), 2028-2041.
- [3] J. Hutchinson, Fractals and self similarity, *Indiana Univ. Math. J.*, 30 (1981), 713-747.
- [4] M. Pollicott and I. Cipriano, Stationary measures associated to analytic iterated function schemes, to appear in *Mathematische Nachrichten*.
- [5] S.S. Vallander, Calculation of the Wasserstein distance between probability distributions on the line, *Teor. Veroyatnost. i Primenen.*, 18: 4 (1973), 824-827.

---

\*Financiado por Proyecto Anillo ACT172001 PIA 583-17, e-mail: [icipriano@gmail.com](mailto:icipriano@gmail.com)



## Dinámica de la Función Gamma

*Pablo Diaz Araos*

*Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación*

*Universidad de Santiago de Chile*

*Santiago, Chile*

### Resumen

En este trabajo se estudia la dinámica de la clásica función Gamma. Para ello estableceremos sus puntos fijos para  $x > 0$  (con la mejor aproximación posible para uno de ellos); probaremos el carácter de ellos (uno repulsor y el otro atractor). Para finalizar probaremos que la entropía topológica de la función Gamma es infinita para todo su dominio. [2]

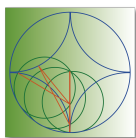
Trabajo realizado en conjunto con:

**Rafael Labarca Briones**,

Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

### Referencias

- [1] G. E. ANDREWS, R. ASKEY, R. ROY, *Special Functions*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [2] RAFAEL LABARCA, *La entropía topológica, propiedades generales y algunos cálculos en el caso del shift de Milnor-Thurston*, XXIV Escuela Venezolana de matemáticas EMALCA, Venezuela 2011.
- [3] JAMES DUJUNDJI *Topology* Allyn and Bacon. INC., Boston 1966.



# Valores propios en sistemas de Cantor minimales

*Alexander Frank\**

*Departamento de Matemáticas*

*Universidad Andrés Bello*

*Santiago, Chile*

## Resumen

El contexto de este trabajo es el de acciones minimales de  $\mathbb{Z}$  sobre un conjunto de Cantor, que son sistemas dinámicos minimales generados por un homeomorfismo  $T : X \rightarrow X$ , donde  $X$  es un (el) conjunto de Cantor, y sobre la caracterización de la ocurrencia de valores propios en estos sistemas.

Los valores propios indican que el sistema dinámico se comporta como una rotación, y la ausencia de valores propios no triviales caracteriza a los sistemas débilmente mezcladores. Históricamente, el estudio de valores propios en sistemas de Cantor minimales se inició con los trabajos de Dekking [Dek78] y Host [Hos86] en sistemas sustitutivos, que son una clase de subshifts minimales (ver también [Que10]). Más adelante, caracterizaciones del mismo estilo se pudieron encontrar para clases más grandes de sistemas minimales de Cantor gracias al uso de representaciones de Bratteli-Vershik. Es así como aparecieron caracterizaciones para los llamados sistemas linealmente recurrentes ([CDHM03], [BDM05]) y sistemas de Toeplitz ([DFM15]).

En este trabajo se presenta una caracterización para la ocurrencia de valores propios en sistemas minimales de Cantor en el caso de que la función propia asociada sea continua. Esta caracterización se relaciona fuertemente con la representación de Bratteli-Vershik del sistema. En el caso de que la representación sea de *rango finito*, existe una caracterización para la ocurrencia de valores propios independiente del carácter de la función propia asociada ([DFM17]).

Existen relaciones entre los valores propios de un sistema de Cantor minimal y las llamadas clases de equivalencias orbitales topológicas del sistema ([GPS95], [Orm97], [CDP16]), y mucho terreno por explorar en este contexto. Con las caracterizaciones que se presentan en este trabajo, a modo de aplicación, se puede ahondar en esta relación entre valores propios y equivalencia orbital topológica.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Fabien Durand**<sup>1</sup>, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne, Amiens, France.

**Alejandro Maass**<sup>2</sup>, CMM, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

## Referencias

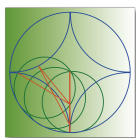
- [BDM05] X. Bressaud, F. Durand, and A. Maass, *Necessary and sufficient conditions to be an eigenvalue for linearly recurrent dynamical Cantor systems*, J. Lond. Math. Soc. **72** (2005), 799–816.
- [BDM10] X. Bressaud, F. Durand, and A. Maass, *On the eigenvalues of finite rank Bratteli–Vershik dynamical systems*, Ergodic Theory Dynam. Systems **30** (2010), 639–664.
- [CDHM03] M. I. Cortez, F. Durand, B. Host, and A. Maass, *Continuous and measurable eigenfunctions of linearly recurrent dynamical Cantor systems*, J. Lond. Math. Soc. **67** (2003), 790–804.

\*Parcialmente financiado por Mecsup UCH 0607, Basal-CMM PFB-03 y FONDECYT Postdoc. e-mail: leberecht@gmail.com

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por ANR y MathAmSud, e-mail: fabien.durand@u-picardie.fr

<sup>2</sup>Parcialmente financiado por programa Basal-CMM PFB-03, e-mail: amaass@dim.uchile.cl

- [CDP16] M. I. Cortez, F. Durand, and S. Petite, *Eigenvalues and strong orbit equivalence*, Ergodic Theory Dynam. Systems **36** (2016), 2419–2440.
- [Dek78] F. M. Dekking, *The spectrum of dynamical systems arising from substitutions of constant length*, Z. Wahrscheinlichkeitstheorie Verw. Gebiete **41** (1978), 221–239.
- [DFM15] F. Durand, A. Frank, and A. Maass, *Eigenvalues of toeplitz minimal systems of finite topological rank*, Ergodic Theory Dynam. Systems **35** (2015), 2499–2528.
- [DFM17] F. Durand, A. Frank, and A. Maass, *Eigenvalues of minimal Cantor systems*, J. Eur. Math. Soc., manuscript in-press.
- [GPS95] T. Giordano, I. Putnam, and C. Skau, *Topological orbit equivalence and  $C^*$ -crossed products*, J. Reine Angew. Math. **469** (1995), 51–111.
- [Hos86] B. Host, *Valeurs propres des systèmes dynamiques définis par des substitutions de longueur variable*, Ergodic Theory Dynam. Systems **6** (1986), 529–540.
- [Orm97] N. S. Ormes, *Strong orbit realization for minimal homeomorphisms*, J. Anal. Math. **71** (1997), 103–133.
- [Que10] M. Queffélec, *Substitution Dynamical Systems - Spectral Analysis, 2da ed.* Springer Heidelberg Berlin (Lecture Notes in Mathematics, vol. 1294), (2010), 351p.



## Sobre el retrato de fase de sistemas diferenciales cuadráticos tipo Abel

**Johanna D. García-Saldaña\***

*Departamento de Matemática y Física Aplicadas  
Universidad Católica de la Santísima Concepción  
Concepción, Chile*

### Resumen

En esta charla hablaremos de los retratos de fase globales, en el disco de Poincaré, de las ecuaciones diferenciales cuadráticas de Abel de segundo tipo que tienen una simetría con respecto a un eje o al origen. Además, proporcionamos los diagramas de bifurcación para estos retratos de fase [4].

Trabajo realizado en conjunto con:

**Antoni Ferragut**<sup>1</sup>, Departament de Matemàtiques and IMAC; Universitat Jaume I, Castelló de la Plana, Spain.

**Claudia Valls**<sup>2</sup>, Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

### Referencias

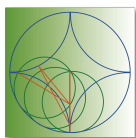
- [1] L. CAIRÓ AND J. LLIBRE, *Phase portraits of quadratic polynomial vector fields having a rational first integral of degree 2*, Nonlinear Anal., Ser. A: Theory Methods 67 (2007), 327–348.
- [2] J. CHAVARRIGA, H. GIACOMINI, J. GINÉ AND J. LLIBRE, *On the integrability of two-dimensional flows*, J. Differential Equations 157 (1999), 163–182.
- [3] A. FERRAGUT AND C. VALLS, *Phase portraits of Abel quadratic differential systems of second kind*, Dyn. Syst. (2017).
- [4] A. FERRAGUT, J.D. GARCÍA-SALDAÑA AND C. VALLS, *Phase portraits of Abel quadratic differential systems of second kind with symmetries*, preprint (2018).

---

\*Parcialmente financiado por FONDECYT 11171115/2017, e-mail: [jgarcias@ucsc.cl](mailto:jgarcias@ucsc.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por MINECO MTM2016-77278-P y MTM2013- 40998-P y por la Universitat Jaume I P1-1B2015-16, e-mail: [ferragut@uji.es](mailto:ferragut@uji.es)

<sup>2</sup>Parcialmente financiado por Portuguese National Funds through FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia within the project PTDC/MAT/117106/2010 and by CAMGSD., e-mail: [cvals@math.ist.utl.pt](mailto:cvals@math.ist.utl.pt)



## Contractibilidad no uniforme de un sistema diferencial lineal no autónomo.

*Ignacio Huerta Navarro\**

*Departamento de Matemáticas y Ciencias de la Computación*

*Universidad de Santiago de Chile*

*Santiago, Chile*

### Resumen

En esta charla mostraremos como un sistema de ecuaciones diferenciales no autónomas

$$\dot{x} = A(t)x \quad (1)$$

donde  $A : \mathbb{R} \rightarrow M_n(\mathbb{R})$ , es no uniformemente contraído al espectro de la dicotomía exponencial no uniforme (también llamado espectro no uniforme) cuando el sistema (1) admite dicotomía exponencial no uniforme.

En primer lugar, decimos que el sistema (1) es no uniformemente contraído a un compacto  $E$  (ver [2]) si para cualquier  $\delta > 0$  y  $\varepsilon \geq 0$ , existen constantes  $K_{\delta, \varepsilon} \geq 1$ ,  $n$  funciones escalares continuas  $C_1(t), \dots, C_n(t)$  y matriz  $B(t)$  continua de  $n \times n$  tal que

$$C_i(t) \in E, \quad \|B(t)\| \leq \delta K_{\delta, \varepsilon} \quad (t \in \mathbb{R}_0^+, i = 1, \dots, n),$$

y el sistema (1) es no uniforme cinemáticamente similar a

$$\dot{y} = C(t)y + B(t)y,$$

donde  $C(t) = \text{diag}(C_1(t), \dots, C_n(t))$ .

Por otra parte, decimos que el sistema (1) admite **dicotomía exponencial no uniforme** (ver [1]) sobre un intervalo  $J \subseteq \mathbb{R}$  si existe un proyector  $P(t)$  invariante para todo  $t, s \in J$ , constantes  $K \geq 1$ ,  $a < 0 < b$  y  $\varepsilon \geq 0$  tales que

$$\begin{aligned} \|\Phi(t, s)P(s)\| &\leq K e^{a(t-s) + \varepsilon|s|}, \quad t \geq s, \quad t, s \in J, \\ \|\Phi(t, s)(I - P(s))\| &\leq K e^{-b(s-t) + \varepsilon|s|}, \quad t \leq s, \quad t, s \in J. \end{aligned}$$

Asociada a la dicotomía exponencial no uniforme tenemos su espectro  $\Sigma(A)$  el cual es definido como  $\Sigma(A) = \{\gamma \in \mathbb{R} \mid \dot{x} = (A(t) - \gamma I)x \text{ no admite dic. exp. no uniforme}\}$ , y que bajo ciertas hipótesis sobre el operador de evolución, se puede escribir como unión finita de intervalos compactos, generalizando en cierto modo el espectro de los autovalores cuando  $A(t) = A$ .

Finalmente, siguiendo el trabajo de F. Lin [3] mostraremos como  $\Sigma(A)$  es nuestro candidato a compacto que satisface esta propiedad cuando el sistema (1) admite dicotomía exponencial no uniforme.

Trabajo realizado en conjunto con:

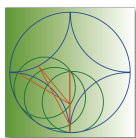
**Álvaro Castañeda**<sup>1</sup>, Departamento de Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile

\*Parcialmente financiado por Beca Conicyt, e-mail: [ignacio.huerta@usach.cl](mailto:ignacio.huerta@usach.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Proyecto Fondecyt 1170968 e-mail: [castaneda@uchile.com](mailto:castaneda@uchile.com)

## Referencias

- [1] L. BARREIRA, C. VALLS, *Smoothness of invariant manifolds for nonautonomous equations*. Commun. Math. Phys. **59**, (2005), 639-677.
- [2] A. CASTAÑEDA, I. HUERTA, *Nonuniform Almost Reducibility of Nonautonomous Linear Differential Equations*. Preprint arXiv:1712.04917.
- [3] F. LIN, *Spectrum and contractible set of linear differential systems*. Chinese Journal of Contemporary Mathematics. **11**, (1990), 425–450 (Chinese).



# Propiedades de conjuntos de isometrías en espacios Gromov hiperbólicos

*Eduardo Oregón Reyes\**

*Facultad de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

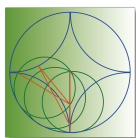
En esta charla discutiremos una desigualdad sobre isometrías en un espacio Gromov hiperbólico, que no requiere que el espacio sea propio o geodésico. Esta tratará sobre el desplazamiento estable generalizado, una versión hiperbólica del radio espectral generalizado (o joint spectral radius), mostrándonos que los conjuntos de isometrías se comportan como conjuntos de matrices reales de  $2 \times 2$ . Además discutiremos consecuencias de la desigualdad, como la continuidad del desplazamiento estable generalizado y un análogo al teorema de Berger-Wang.

## Referencias

- [1] BOCHI, JAIRO, Inequalities for numerical invariants of sets of matrices, *Linear Algebra and its Applications*, **368**, (2003). 71-81.
- [2] OREGÓN-REYES, EDUARDO, Properties of sets of isometries of Gromov hyperbolic spaces. <https://arxiv.org/abs/1606.01575>, preprint, (2016).

---

\*Parcialmente financiado por Beca CONICYT 22172003



# FORMAS NORMALES, ESTABILIDAD EN SISTEMAS HAMILTONIANOS PERIÓDICOS Y APLICACIONES

**Yocelyn Pérez Rothen\***

*Departamento de Matemática*

*Universidad del Bío-Bío*

*Concepción, Chile*

## Resumen

Consideramos una función Hamiltoniana cuadrática en  $\mathbb{R}^{2n}$  que depende periódicamente del tiempo  $t$ , de un pequeño parámetro perturbador  $\epsilon$  y de uno o varios parámetros, de la forma

$$H(z, t, \mu, \epsilon) = H_0(z, \mu) + \epsilon H_1(z, t, \mu) + \epsilon^2 H_2(z, t, \mu) + \dots, \quad (1)$$

donde  $H_j$ ,  $j \geq 0$  son formas cuadráticas en  $z \in \mathbb{R}^{2n}$  que dependen de un parámetro  $\mu$ ,  $H_0$  posee coeficientes constantes y asumiremos que  $H_j$ ,  $j \geq 1$  posee coeficientes  $T$ -periódicos en  $t$ .

Nuestro estudio consiste en analizar las condiciones que garantizan la estabilidad paramétrica. Más precisamente, describiremos las curvas o superficies de resonancia paramétrica. Nos concentramos principalmente en  $n = 1$ ,  $n = 2$  y  $n = 3$ . Por último, los resultados obtenidos son aplicados al problema restringido elíptico cargado de tres cuerpos.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Claudio Vidal<sup>1</sup>**, Departamento de matemática

Universidad del Bío-Bío

Concepción, Chile.

## Referencias

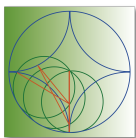
- [1] A. Markeev. *Linear Hamiltonian Systems and some applications to the problem of stability of motion of satellites relative to the center of mass*. Moscow, Izhevsk, 2009.
- [2] A. Markeev. On multiple resonance in linear Hamiltonian systems. *Dokl. RAN.*, 402:339-343, 2005.
- [3] A. Markeev. On multiple parametric resonance in Hamiltonian systems. *Prikl. Mat. Mekh.*, 70:200-220, 2006.
- [4] A. Markeev. On one Spacial Case of Parametric Resonance in Problems of Celestial Mechanics. *Astronomy Letters*, 31:388-394, 2005.
- [5] A. Markeev. *Librations Points in Celestial Mechanics and Astrodynamics*. Moscow, Nauka, 1978.

---

\*e-mail: yperez@ubiobio.cl

<sup>1</sup>e-mail: clvidal@ubiobio.cl

- [6] K. Meyer, G. Hall y D. Offin. *Introduction to Hamiltonian Dynamical Systems and the N-Body Problem*. Springer, New York, 2009.
- [7] C. Vidal y J. Vidarte. Stability of the equilibrium solution in a charged restricted circular three-body problem. *J Diff. Equat.*, 260:5128-5173, 2016.
- [8] V. Yakubovich y V.M. Starzhinskii. *Linear differential equations with periodic coefficients and their applications*. Moscow, Nauka, 1972.



## Sobre la Existencia y Estabilidad de Soluciones Periódicas en Sistemas Hamiltonianos con dos grados de Libertad

*Margarita Quispe Tusco*<sup>\*</sup>

*Departamento de Matemática y Física Aplicadas*

*Universidad Católica de la Santísima Concepción*

*Concepción, Chile*

### Resumen

Consideramos una función polinomial Hamiltoniano  $H$  de grado seis de la forma

$$H = \frac{1}{2} (p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + V_5(x, y) + V_6(x, y),$$

donde  $V_5(x, y)$  y  $V_6(x, y)$  son polinomios homogéneos de grado cinco y seis, respectivamente. El objetivo principal es estudiar analíticamente la existencia y estabilidad de soluciones periódicas en los diferentes niveles de energía positivo  $H = h > 0$  del sistema Hamiltoniano asociado al polinomio  $H$  usando teoría del Promedio.

Trabajo realizado en conjunto a:

**Marco Uribe**<sup>1</sup>,

Departamento de Matemática y Física Aplicadas,

Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile.

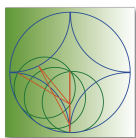
### Referencias

- [1] CARRASCO, D., URIBE M., VIDAL C., *Periodic orbits associated to Hamiltonian functions of degree four*, Journal of Nonlinear Mathematical Physics, Vol. 21, No. 3 (September 2014), 336-356.
- [2] CASTRO ORTEGA, A., *Periodic orbits of mechanical systems with homogeneous polynomial terms of degree five*, Astrophys Space Sci (2015) 361-26.
- [3] JIMÉNEZ LARA, LLIBRE, J., *Periodic orbits and non integrability of Henon-Heiles systems*, Phys. A, vol. 44, 205103 (14pp), 2011.
- [4] SANDERS, J., VERHULT, F. *Averaging method in nonlinear dynamical systems* Applied Mathematical Sciences 59 1985, Springer.

---

<sup>\*</sup>e-mail: mquispe@magister.ucsc.cl

<sup>1</sup>e-mail: muribe@ucsc.cl



## Versión infinitesimal del Problema 16 de Hilbert para sistemas de Liénard.

*Salomón Rebollo-Perdomo\**

*Departamento de Matemática*

*Universidad del Bío-Bío*

*Concepción, Chile.*

### Resumen

Consideraremos una clase especial de perturbaciones polinomiales del oscilador armónico. Los sistemas perturbados que resultan son sistemas de Liénard generalizados. Probaremos que existe un subconjunto genérico (abierto y denso) en el espacio de perturbaciones de grado  $2l$ , con  $l \geq 1$ , tal que cada sistema perturbado asociado tiene a lo más  $2l - 1$  ciclos de límite medios. Además, mostraremos que dicha cota es óptima.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Vanessa Salas Mendoza<sup>1</sup>**,

Departamento de Matemática

Universidad del Bío-Bío

Concepción, Chile.

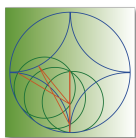
### Referencias

- [1] REBOLLO-PERDOMO, S., *Medium amplitude limit cycles of some classes of generalized Liénard systems*, , Internat. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Engrg. **25** (10) (2015) 1550128, 8.
- [2] ILIEV, I. D., *The number of limit cycles due to polynomial perturbations of the harmonic oscillator*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **127** (2) (1999) 317–322.

---

\*Parcialmente financiado por DIUBB-1672082/R , e-mail: [srebollo@ubiobio.cl](mailto:srebollo@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [vsalas@ubiobio.cl](mailto:vsalas@ubiobio.cl)



# Escape de masa y formalismo termodinámico en curvatura negativa

**Felipe Riquelme\***

*Instituto de Matemáticas*

*Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*

*Valparaíso, Chile*

## Resumen

En esta charla el objeto principal de estudio será la dinámica del flujo geodésico en variedades Riemannianas no compactas a curvaturas seccionales negativas. Nuestro primer enfoque será estudiar la convergencia de medidas invariantes de probabilidad respecto a la topología débil\*. Dado que la variedad la supondremos no compacta, en principio no hay razones que aseguren que los límites de tales medidas sean de probabilidad. Este fenómeno se conoce como el fenómeno de *escape de masa*. Mostraremos que en variedades geoméricamente finitas, las medidas que tienen entropía suficientemente grande no pueden perder toda la masa en el límite. Más aún, es justamente la geometría de las vecindades del infinito la que permite estimar la proporción de masa perdida. Como caso particular, veremos que con la topología débil la entropía es semi-continua superior.

Un segundo enfoque de esta charla será la del formalismo termodinámico. Considerando un potencial Hölder-regular  $F$  que se anule en el infinito, estudiaremos la función presión topológica  $t \mapsto P(tF)$ . Mostraremos que dicha función es constante hasta que se convierte en estrictamente creciente. En dicho intervalo de monotonía estricta la función es  $C^1$  y el potencial  $tF$  admite una única medida de equilibrio  $\mu_t$ . Finalmente, estudiaremos el comportamiento asintótico en  $t = \pm\infty$  de la función entropía  $t \mapsto h(\mu_t)$ .

Como consecuencia directa de este estudio, describiremos al conjunto de entropías del flujo geodésico respecto a las medidas de probabilidad ergódicas.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Anibal Velozo**<sup>1</sup>, Department of Mathematics, Princeton University, Princeton, USA.

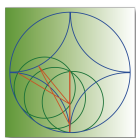
## Referencias

- [DOP] Dal'Bo, F., Otal, J.-P. and Peigné, M. *Séries de Poincaré des groupes géométriquement finis* Israel J. Math **118** (2000) 109–124.
- [PPS] F. Paulin, and M. Pollicott, and B. Schapira *Equilibrium states in negative curvature*, Astérisque **373** (2015).
- [RV] F. Riquelme, and A. Velozo *Escape of mass and entropy for geodesic flows*, To appear in Erg. Th. & Dyn. Syst. J.

---

\*Parcialmente financiado por FONDECYT POSTDOCTORADO 3170049, e-mail: felipe.riquelme@pucv.cl

<sup>1</sup>e-mail: avelozo@math.princeton.edu



## Ceros de integrales Abelianas completas para un Hamiltoniano polinomial de tipo $(0, 3)$

**Marco Uribe S.\***

*Departamento de Matemática y Física Aplicadas  
Universidad Católica de la Santísima Concepción  
Concepción, Chile*

### Resumen

En esta charla se estimará el número máximo de ceros aislados  $Z(n)$  de una integral Abeliana completa asociada al polinomio  $H = y(x^2y - 1)$  y a 1-formas polinomiales complejas  $\omega$  de grado  $n$ . El polinomio  $H$  es de tipo  $(0, 3)$  es decir, su fibra genérica es biholomorfa a la esfera de Riemann menos tres puntos. En este caso se observa que la monodromía de  $H$  es no trivial.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Salomón Rebollo-Perdomo<sup>1</sup>**,

Departamento de Matemática; Universidad del Bío-Bío, Chile.

### Referencias

- [1] **Broughton, S. A.** On the topology of polynomial hypersurfaces. *Singularities*, Part 1 (Arcata, Calif., 1981), 167–178, Proc. Sympos. Pure Math., 40, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (1983).
- [2] **Gavrilov L. and Iliev I. D.** The displacement map associated to polynomial unfoldings of planar Hamiltonian vector fields. *Amer. J. Math.* **127** (6) (2005) 1153–1190.
- [3] **Rebollo-Perdomo S.** Complete Abelian integrals for polynomials whose generic fiber is biholomorphic to  $\mathbb{C}^*$ . *J. Math. Anal. Appl.* 394 (2012) 562–570.
- [4] **Rebollo-Perdomo S. and Uribe M.** Zeros of complete Abelian integrals for a polynomial Hamiltonian with non trivial monodromy. *Preprint* (2018).
- [5] **Uribe M.** Principal Poincaré Pontryagin function associated to polynomial perturbations of a product of  $(d + 1)$  straight lines. *J. of Differential Equations.* 246 (2009) 1313–1341.

---

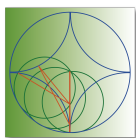
\*Parcialmente financiado por proyecto DINREG-UCSC 01/2017, e-mail: [muribe@ucsc.cl](mailto:muribe@ucsc.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [srebollo@ubiobio.cl](mailto:srebollo@ubiobio.cl)

### **3.5. Geometría**

#### **Coordinadores:**

- Mariela Carvacho, Departamento de Matemáticas, Universidad Santa María, Valparaíso.
- Mauricio Godoy, Departamento de Matemática, Universidad de la Frontera, Temuco.



# An upper bound for hypersurfaces without lines in finite projective spaces

*Andrea Luigi Tironi\**

*Departamento de Matemática  
Universidad de Concepción  
Concepción, Chile*

## Resumen

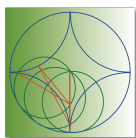
Let  $X$  be a hypersurface in  $\mathbb{P}^{n+1}$  with  $n \geq 1$  defined over a finite field  $\mathbb{F}_q$  of  $q$  elements. In this talk, we prove an upper bound on the number of  $\mathbb{F}_q$ -points for hypersurface  $X$  as above that do not contain lines and we classify, up to projective equivalence, those  $X$  that reach this bound.

## Referencias

- [1] ANDREA L. TIRONI, *On two upper bounds for hypersurfaces involving a Thas' invariant*, eprint arXiv:1802.01210, (2018).

---

\*Partially supported by Proyecto VRID N. 214.013.039-1.OIN and the Project Anillo ACT 1415 PIA CONICYT, e-mail: [atironi@udec.cl](mailto:atironi@udec.cl)



## Superficies $K3$ con automorfismo no-simpléctico y sus reticulados invariantes

*Paola Comparin\**

*Departamento de Matemática  
Universidad de Concepción  
Concepción, Chile*

### Resumen

La construcción mirror de Berglund-Hübsch-Krawitz permite de construir pares de variedades de Calabi-Yau de dimensión cualquiera como hipersuperficies en espacios proyectivos pesados y dichas hipersuperficies satisfacen el intercambio de números de Hodge previstos por la simetría mirror. Otra noción es la noción mirror para superficies  $K3$  polarizadas por un reticulado, cuya primera formulación debe a Dolgachev. En [1] y [2] se prueba una equivalencia de las dos versiones de simetría mirror de Berglund-Hübsch-Krawitz y de Dolgachev para superficies  $K3$  que admitan un automorfismo no simpléctico de orden dos [1] o primo [2]. Presentamos una generalización al caso de automorfismo de orden no primo, cuya demostración basa en calcular el reticulado invariante del automorfismo.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Nathan Priddis**<sup>1</sup>, Mathematics Department, Brigham Young University, Provo, USA.

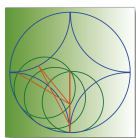
### Referencias

- [1] ARTEBANI, MICHELA; BOISSIÈRE, SAMUEL; SARTI, ALESSANDRA, *The Berglund-Hübsch-Chiodo-Ruan mirror symmetry for  $K3$  surfaces*, J. Math. Pures Appl. **102** (4) (2014), pp. 758-781.
- [2] COMPARIN, PAOLA; LYONS, CHRISTOPHER; PRIDDIS, NATHAN; SUGGS, RACHEL, *The mirror symmetry of  $K3$  surfaces with non-symplectic automorphisms of prime order*, Adv. Theor. Math. Phys. **18** (6) (2014), pp. 1335-1368.

---

\*Parcialmente financiado por Proyecto Postdoctorado Fondecyt n 3150015 y Anillo ACT1415 PIA CONICYT, e-mail: [pcomparin@udec.cl](mailto:pcomparin@udec.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [priddis@mathematics.byu.edu](mailto:priddis@mathematics.byu.edu)



# On quasiplatonic Riemann surfaces with complex multiplication

*Sebastián Reyes-Carocca\**

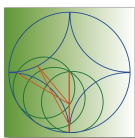
*Departamento de Matemática y Estadística  
Universidad de La Frontera  
Temuco, Chile.*

## Resumen

In this talk we show that, for each odd integer  $n \geq 3$ , the unique quasiplatonic Riemann surface of genus  $2(n-1)$  admitting the action of a semidirect product  $\mathbb{Z}_2^2 \rtimes \mathbb{Z}_{2n}$  has complex multiplication.

---

\*Partially supported by Postdoctoral Fondecyt Grant 3160002, Redes Etapa Inicial Grant 2017-170071 and Anillo ACT1415 PIA-CONICYT Grant, e-mail: [sebastian.reyes@ufroterra.cl](mailto:sebastian.reyes@ufroterra.cl)



# On pseudo-symmetric $p$ -hyperelliptic Riemann surfaces

*Saúl Quispe\**

*Departamento de Matemática y Estadística  
Universidad de la Frontera  
Temuco, Chile*

## Resumen

A compact Riemann surface of genus  $g \geq 2$  is called *pseudo-symmetric* [1, 3], if it admits an anticonformal automorphism of order 4, but no anticonformal involutions. In this talk, we study pseudo-symmetric Riemann surface of genus  $g \geq 2$  with full automorphism group

$$Q_{4n} = \langle x, y : x^{2n} = 1, y^2 = x^n, yxy = x^{-1} \rangle, \text{ for } n \text{ prime.}$$

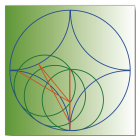
We give necessary and sufficient conditions for the existence of such a surface and we find all values of  $p$  and  $q$  for which the surface is  $p$ -hyperelliptic and  $(q, n)$ -gonal [2].

## Referencias

- [1] E. BUJALANCE AND P. TURBEK, *Asymmetric and pseudo-symmetric hyperelliptic surfaces. Manuscripta Math.* **108** (2002), 1–11.
- [2] S. QUISPE, *On pseudo-symmetric  $p$ -hyperelliptic Riemann surfaces*, Preprint.
- [3] D. SINGERMAN, *Symmetries and pseudo-symmetries of hyperelliptic surfaces. Glasg Math. J.* **21:1** (1980), 39–49.

---

\*Partially supported by Projects FONDECYT 11170129 and Anillo ACT 1415 PIA CONICYT, e-mail: saul.quispe@ufroterra.cl



# Regular dessins d'enfants with field of moduli $\mathbb{Q}(\sqrt[p]{2})$

**Rubén A. Hidalgo\***

*Departamento de Matemática y Estadística*

*Universidad de La Frontera*

*Temuco, Chile*

## Resumen

A dessin d'enfant (or hypermap) of genus  $g$ , as defined by Grothendick in his Esquisse d'un Programme [7], is a bipartite map (vertices come in black and white colors and vertices of the same color are non-adjacent) on a closed orientable surface of genus  $g$ . The degree of the dessin d'enfant is the number of its edges. As a consequence of the classical uniformization theorem, a dessin d'enfant can also be seen as a pair  $(S, \beta)$ , where  $S$  is a closed Riemann surface and  $\beta : S \rightarrow \widehat{\mathbb{C}}$  is a non-constant meromorphic map whose branch values are contained in the set  $\{\infty, 0, 1\}$ ; the degree of the dessin is the same as the degree of  $\beta$ . A dessin d'enfant  $(S, \beta)$  is called regular if  $\beta$  is a regular branched covering. The signature of the dessin d'enfant is the tripe  $(a, b, c)$ , where  $a$  (respectively,  $b$  and  $c$ ) is the least common multiple of the local degrees of  $\beta$  at each preimage of 0 (respectively, 1 and  $\infty$ ). In terms of the bipartite map,  $a$  is the least common multiple of the degrees of black vertices,  $b$  is the least common multiple of the degrees of white vertices and  $c$  is the least common multiple of the degrees of the faces (recall that a face of the dessin d'enfant must have an even number  $2\delta$  of boundary edges, where internal edges are counted twice; in this case  $\delta$  is the degree of the face). Two dessins d'enfant  $(S_1, \beta_1)$  and  $(S_2, \beta_2)$  are said to be equivalent (denoted this by the symbol  $(S_1, \beta_1) \sim (S_2, \beta_2)$ ) if there is an isomorphism  $f : S_1 \rightarrow S_2$  so that  $\beta_1 = \beta_2 \circ f$ . Clearly, the signature is an invariant under this equivalence relation. There is a natural bijection between dessins d'enfants (respectively, regular dessins d'enfants), of signature  $(a, b, c)$  and degree  $d$ , and conjugacy classes of subgroups (respectively, normal subgroups) of index  $d$  of the triangular group  $\Delta(a, b, c) = \langle x, y : y^a = x^b = (xy)^c = 1 \rangle$ . By Belyi's theorem [2], each dessin d'enfant is equivalent to a dessin d'enfant  $(C, \beta)$  where  $C$  is an algebraic curve and  $\beta$  a rational map, both defined over the field  $\overline{\mathbb{Q}}$  of algebraic numbers. This provides a natural action of the absolute Galois group  $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$  on the set of (equivalence classes of) dessins d'enfants as follows. Start with a dessin d'enfant  $(C, \beta)$ , defined algebraically over  $\overline{\mathbb{Q}}$  and let  $\sigma \in \text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ . Assume  $C$  is defined by the polynomials  $P_1, \dots, P_r$  and that  $\beta = Q_1/Q_2$ , where all polynomials have coefficients in  $\overline{\mathbb{Q}}$ . Let  $P_j^\sigma$  and  $Q_k^\sigma$  be the polynomials obtained by applying  $\sigma$  to the coefficients of  $P_j$  and  $Q_k$ , respectively. If  $C^\sigma$  is the algebraic curve defined by the polynomials  $P_j^\sigma$  and  $\beta^\sigma = Q_1^\sigma/Q_2^\sigma$ , then  $(C^\sigma, \beta^\sigma)$  is still a dessin d'enfant. It is well known that the above action of the absolute Galois group is faithful [4, 5, 7, 11]. For many years, it was an open and difficult question if the absolute Galois group also acts faithfully on the set of regular dessins d'enfants. Last year, this problem was solved by González-Diez and Jaikin-Zapirain in [6] and in a slightly weaker form by Bauer, Catanese and Grunewald in [1]. The field of moduli of a dessin d'enfant  $(C, \beta)$  is the fixed field of the subgroup of  $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$  consisting of those  $\sigma$  for which  $(C^\sigma, \beta^\sigma) \sim (C, \beta)$  (i.e., the field of definition of the equivalence class of the dessin d'enfant). The field of moduli is contained in any field of definition of the dessin (it is in fact the intersection of all of them by results due to Koizumi [10]), but there are examples for which the field of moduli is not a field of definition of it. In [12], Wolfart observed that regular dessins d'enfants are definable over its field of moduli. The only explicit examples for such Galois Belyi actions were however known only for curves and dessins defined over abelian extensions of  $\mathbb{Q}$ . A question posed by Conder, Jones, Streit and Wolfart in [3] was if there were examples of regular dessins d'enfant with field of moduli being

\*Partially supported by FONDECYT 1150003 and Anillo ACT1415 PIA-CONICYT, e-mail: ruben.hidalgo@ufrofrontera.cl

a non-abelian extension of  $\mathbb{Q}$ . In [8] Herradon answered the above positively by constructing a regular dessin d'enfant with field of moduli being  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ . Herradon starts with the following genus one non-uniform dessin d'enfant of signature  $(4, 6, 12)$

$$\left(C : y^2 = x(x-1) \left(x - \sqrt[3]{2}\right), \quad \beta(x, y) = x^3(2 - x^3)\right),$$

whose field of moduli is  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ , and then he observes that its normalizing regular dessin d'enfant has the same field of moduli (he also constructs another regular dessin d'enfant with the same property, this being a quotient of the previous one). In this talk we present an infinite family of regular dessins d'enfants whose field of moduli is  $\mathbb{Q}(\sqrt[p]{2})$ , where  $p$  runs over the prime integers. Herradon's example belongs to our family for  $p = 3$ .

Joint work with:

**S. Quispe**<sup>1</sup>, Departamento de Matemática y Estadística,  
Universidad de La Frontera,  
Temuco, Chile.

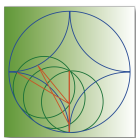
## Referencias

- [1] BAUER, I.; CATANESE, F.; GRUNEWALD, F., *Faithful actions of the absolute Galois group on connected components of moduli spaces*, Inventiones Mathematicae 199 No. 3 (2015), 859–888.
- [2] BELYĬ, G. V., *On Galois extensions of a maximal cyclotomic field*. Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 43 (1979) 267–276, 479.
- [3] CONDER, M.; JONES, G.; STREIT, M.; WOLFART, J., *Galois actions on regular dessins of small genera*, Rev. Mat. Iberoam. 29 No. 1 (2013), 163–181.
- [4] GIRONDO, E.; GONZÁLEZ-DIEZ, G., *Introduction to compact Riemann surfaces and dessins d'enfants*. London Mathematical Society Student Texts 79. Cambridge University Press, Cambridge, 2012.
- [5] GIRONDO, E.; GONZÁLEZ-DIEZ, G., *A note on the action of the absolute Galois group on dessins*, Bull. London Math. Soc. 39 No. 5 (2007), 721–723.
- [6] GONZÁLEZ-DIEZ, G.; JAIKIN-ZAPIRAIN, A., *The absolute Galois group acts faithfully on regular dessins and on Beauville surfaces*. Proc. London Math. Soc. 111 No. 4 (2015), 775–796.
- [7] GROTHENDIECK, A., *Esquisse d'un programme. Geometric Galois Actions. 1. Around Grothendieck's Esquisse d'un programme*, . Ed. L. Schneps and P. Lochak, pp. 5–48, London Math. Soc. Lecture Note Ser. 242, Cambridge University Press (1997)
- [8] HERRADON, M., *An explicit quasisplatonic curve with field of moduli  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$* . Revista Matematica Complutense 29 No.3 (2016), 725–739.
- [9] HIDALGO, R. A.; QUISPE, S., *Regular dessins d'enfants with field of moduli  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$* , ARS Mathematica Contemporanea 13 No. 2 (2017), 323–330.
- [10] KOIZUMI, S., *Fields of moduli for polarized Abelian varieties and for curves*. Nagoya Math. J. 48 (1972), 37–55.

---

<sup>1</sup>Partially supported by FONDECYT 11170129 and Anillo ACT 1415 PIA-CONICYT, e-mail: saul.quispe@ufrontera.cl

- [11] SCHNEPS, L., *Dessins d'enfant on the Riemann sphere*, In *The Grothendieck theory of dessins d'enfants*. Edited by Leila Schneps. London Math. Soc. Lect. Notes Ser. 200. Cambridge University Press, Cambridge, 1994, 47–77.
- [12] WOLFART, J., *ABC for polynomials, dessins d'enfants and uniformization – a survey*. Elementare und analytische Zahlentheorie, 313–345, Schr. Wiss. Ges. Johann Wolfgang Goethe Univ. Frankfurt am Main, 20, Franz Steiner Verlag Stuttgart, Stuttgart, 2006. New York-Heidelberg, (1975). x+414 pp.



# Application of algebraic geometry to calculation of Feynman diagrams

*Pedro Julca\**

*Doctorado en Matemática Aplicada,  
Universidad del Bío-Bío,  
Concepción, Chile*

## Resumen

In Refs.[1, 2, 3, 4] a family of ladder Feynman diagrams in quantum field theory has been studied for integer and non-integer space-time dimensions. We represent these results in terms of different families of polylogarithms, for example, in terms of Grassmannian  $n$ -logarithms.

Joint work with:

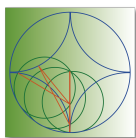
**Igor Kondrashuk**, Grupo de Matemática Aplicada, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad del Bío-Bío, Chillán, Chile

## Referencias

- [1] ALLENDES, PEDRO; KNiehl, BERND; KONDRASHUK, IGOR; NOTTE CUELLO, EDUARDO; ROJAS MEDAR, MARKO, *Solution to Bethe-Salpeter equation via Mellin-Barnes transform*, Nuclear Physics B870 (2013). 243-277.
- [2] GONZALEZ, IVAN; KONDRASHUK, IGOR, *Box ladders in non-integer dimension*, Theoretical and Mathematical Physics 177 (2013). 1515-1540.
- [3] KNiehl, BERND; KONDRASHUK, IGOR; NOTTE CUELLO, EDUARDO; PARRA FERRADA, IVAN, ROJAS MEDAR, MARKO *Two-fold Mellin-Barnes transforms of Usyukina-Davydychev functions*, Nuclear Physics B876 (2013). 322-333.
- [4] GONZALEZ, IVAN; KNiehl, BERND; KONDRASHUK, IGOR; NOTTE CUELLO, EDUARDO; PARRA FERRADA, IVAN, ROJAS MEDAR, MARKO *Explicit calculation of multi-fold contour integrals of certain ratios of Euler gamma functions. Part 1*, Nuclear Physics B925 (2017). 607-614.

---

\*e-mail: pjulca@ubiobio.cl



## Períodos de curvas generalizadas de Fermat.

*Yerko Torres*

*Departamento de Matemáticas*

*Universidad Técnica Federico Santa María*

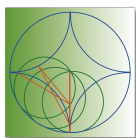
*Valparaíso, Chile*

### Resumen

Una curva generalizada de Fermat de tipo  $(k, n)$  es una superficie de Riemann compacta que admite un subgrupo de automorfismos isomorfo a  $\mathbb{Z}_k^n$ . En [1] los autores prueban que toda curva generalizada de Fermat es conformalmente equivalente a un producto fibrado de curvas de Fermat clásicas. Para las curvas de Fermat clásicas, los autores en [2] exhiben un método para construir un conjunto de generadores para el primer grupo de homología y que son utilizados para calcular los períodos sobre dichos generadores. En esta charla se mostrará como es posible generalizar esta idea para las curvas de generalizadas de Fermat. Los resultados expuestos son parte mi trabajo de tesis.

### Referencias

- [1] GONZALEZ-DIEZ, G ; HIDALGO, R ; LEYTON, M, *Generalized Fermat curves*, *Inventiones mathematicae* **321** (2009): 1643-1660.
- [2] GROSS, B ; ROHRLICH, D, *On the periods of Abelian Integrals and a Formula of Chowla and Selberg*, *Journal of Algebra* **45** (1978): 193-212.
- [3] LANG, S *Introduction to Algebraic and Abelian Functions* , Graduate Texts in Mathematics, Vol. **89**. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, (1982). x+170 pp.



# Resolución simultanea incrustada no implica deformación $\mu^*$ -constante

*Maximiliano Leyton\**

*Instituto de Matemática y Física*

*Universidad de Talca,*

*Talca, Chile*

## Resumen

Sea  $\mathbb{K}$  un cuerpo algebraicamente cerrado de característica cero,  $V \subset \mathbb{A}_{\mathbb{K},0}^{n+1}$  un germen de hipersuperficie con una singularidad aislada en el origen y  $\pi : W \rightarrow S := \text{Spec}(\mathbb{K}[s])_0$  una deformación incrustada de  $V$  (es decir,  $W$  es una hipersuperficie de  $\mathbb{A}_{\mathbb{K},0}^{n+1} := \mathbb{A}_{\mathbb{K},0}^{n+1} \times S$ ,  $\pi$  es un morfismo plano y la fibra esquemática  $W_0 = W \times_S \{0\}$  es isomorfa a  $V$ ).

Diremos que  $W$  admite una *resolución simultanea incrustada*, si existe un morfismo  $\rho : \tilde{\mathbb{A}}_S^{n+1} \rightarrow \mathbb{A}_S^{n+1}$  propio relativo a  $S$  que satisface:  $\tilde{\mathbb{A}}_S^{n+1}$  es suave relativo a  $S$ ;  $\rho : \tilde{W}^e \rightarrow W$  es una resolución simultanea muy débil (es decir, es una resolución de la singularidad fibra a fibra);  $\tilde{W}^t$  es un divisor con cruzamientos normales relativo a  $S$ . Donde  $\tilde{W}^e$  y  $\tilde{W}^t$  es la transformada estricta y la transformada total de  $W$  por  $\rho$ , respectivamente.

El entero  $\mu^i(V)$  es el número de milnor de  $V \cap H$ , donde  $H$  es un  $i$ -plano genérico de  $\mathbb{A}_{\mathbb{K},0}^{n+1}$ ,  $1 \leq i \leq n+1$ . Diremos que la deformación incrustada  $\pi : W \rightarrow S := \text{Spec}(\mathbb{K}[s])_0$  es una *deformación  $\mu^*$ -constante* si para todo  $1 \leq i \leq n+1$  y  $s' \in S$  se tiene que  $\mu^i(W \times_S \{s'\}) = \mu^i(V)$ .

En el artículo [1] se afirma que si la deformación incrustada  $\pi : W \rightarrow S$  admite una resolución simultanea incrustada, entonces  $\pi$  es una deformación  $\mu^*$ -constante. En esta charla presentaremos un contra ejemplo a esta afirmación y daremos algunas consecuencias a nivel de la familia de espacios de  $m$ -jets asociada a  $\pi$ .

Este resultado es una parte de un trabajo en desarrollo en conjunto con:

**Hussein Mourtada**<sup>1</sup>, Instituto de Matemáticas de Jussieu-Paris Rive Gauche, Universidad Paris Diderot, Paris, Francia.

**Mark Spivakovsky**<sup>2</sup>, Instituto de Matemáticas de Toulouse, Universidad Paul Sabatier, Toulouse, Francia.

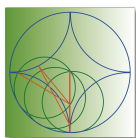
## Referencias

- [1] KAWAMATA, YUJIRO, *An Equisingular Deformation Theory via Embedded Resolution of Singularities*, Publ, RIMS, Kyoto Univ, **16**, (1980). 233-244.

\*Partially supported by Fondecyt Regular 1170743, e-mail: leyton@inst-mat.otalca.cl

<sup>1</sup>e-mail: hussein.mourtada@imj-prg.fr

<sup>2</sup>e-mail: mark.spivakovsky@math.univ-toulouse.fr



# Computing Riemann matrices using group actions.

*Anita M. Rojas\**

*Departamento de Matemáticas*

*Universidad de Chile*

*Chile.*

## Resumen

Let  $A$  be a principally polarized abelian variety with the action of a finite group  $G$ . The decomposition of the semisimple algebra  $\mathbb{Q}[G]$  into simple algebras induces the isotypical decomposition of  $A$ . Furthermore, the decomposition of a simple algebra into minimal left ideals, induces a finer decomposition of  $A$  into primitive factors, since they are image of primitive idempotents in  $\mathbb{Q}[G]$ , although they are not simple (as abelian varieties) in general. This is called the group algebra decomposition of  $A$ , and it is as far as  $A$  can be decomposed using the group action.

In this work we present a method to compute the Riemann matrices of the isotypical factors decomposing the abelian variety  $A$ , without knowing the Riemann matrix  $Z_A$  of  $A$ , provided a symplectic representation for the action of  $G$  on  $A$ . This is done by reversing the method in [2] to find  $Z_A$  from the Riemann matrices of the isotypical factors. Furthermore, once having the period matrices of the isotypical factors, we find the Riemann matrices of the primitive factors, by a minor adjustment of [2]. Finally we show an example of a Jacobian variety for which it is computationally very expensive to compute its Riemann matrix directly using the group action on it, the method proposed here solves the problem easily. Moreover, we decompose the primitive factors even further in this case, using [1].

Joint work with:

**Robert Auffarth**<sup>1</sup>, Departamento de Matemáticas, Universidad de Chile, Chile.

**Antonio Behn**<sup>2</sup>, Departamento de Matemáticas, Universidad de Chile, Chile.

## Referencias

- [1] R. AUFFARTH, H. LANGE, AND A.M. ROJAS, *A criterion for an abelian variety to be non-simple*, J. Pure Appl. Algebra 22 (2017) 1906–1925.
- [2] H. LANGE AND A.M. ROJAS, *Polarizations of isotypical components of Jacobians with group action*, Arch. Math. 98 (2012) 513–526.

---

\*Partially supported by 1180073 and Proyecto Anillo CONICYT PIA ACT 1415, e-mail: [anirajas@uchile.cl](mailto:anirajas@uchile.cl)

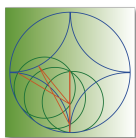
<sup>1</sup>e-mail: [rfauffar@uchile.cl](mailto:rfauffar@uchile.cl)

<sup>2</sup>e-mail: [abehn@u.uchile.cl](mailto:abehn@u.uchile.cl)

### **3.6. Estadística**

#### **Coordinadora:**

- Nora Serdyukova, Departamento de Estadística, Universidad de Concepción, Concepción.



## Estudio de simulación comparando el alpha de Cronbach y el alpha Ordinal

**Sergio Contreras Espinoza\***

*Departamento de Estadística*

*Universidad del Bío-Bío*

*Concepción, Chile*

### Resumen

El objetivo principal de este estudio fue analizar las diferencias en la estimación de la confiabilidad de un instrumento usando los estimadores alpha de Cronbach y alpha Ordinal en distintos contextos simulados, estos fueron diferentes números de ítems, opciones de respuesta, tamaños muestrales y valores de confiabilidad, tanto para casos simétricos como asimétricos. Para menos de 6 opciones de respuesta, alpha Ordinal es un mejor estimador que alpha de Cronbach en todos los casos simulados. Respecto del efecto de la asimetría de los datos, ésta perjudica la estimación de alpha de Cronbach, no teniendo un efecto tan grave en el caso de la estimación utilizando alpha Ordinal.

Trabajo realizado en conjunto con:

**M. Pereira**<sup>1</sup>Departamento de Estadística, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

**F. Novoa-Muñoz**<sup>2</sup>Departamento de Estadística, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

### Referencias

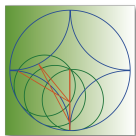
- [1] CONTRERAS, S., & NOVOA-MUÑOZ, F., *Ventajas del alfa Ordinal respecto al alfa de Cronbach, ilustrado con la encuesta AUDIT-OMS*, Revista Panamericana de Salud Pública. (2018) En prensa.
- [2] ZUMBO B. D., GADERMANN A. M., & ZEISSER C., *Ordinal versions of coefficients alpha and theta for Likert rating scales*, Journal of Modern Applied Statistical Methods. (2007) 6(2)4.

---

\*Parcialmente financiado por Grupo de Matemática Aplicada GI 172409/C de la Universidad del Bío-Bío, e-mail: [scontre@ubiobio.cl](mailto:scontre@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Grupo de Matemática Aplicada GI 172409/C de la Universidad del Bío-Bío, e-mail: [mpereira@ubiobio.cl](mailto:mpereira@ubiobio.cl)

<sup>2</sup>Parcialmente financiado por Grupo de Matemática Aplicada GI 172409/C de la Universidad del Bío-Bío, e-mail: [fnovoa@ubiobio.cl](mailto:fnovoa@ubiobio.cl)



# Estimation and Prediction using generalized Cauchy Covariance model under fixed domain asymptotics

*Tarik Faouzi\**

*Department of statistics*

*University of Bio-Bio*

*Concepción, Chile*

## Resumen

We study estimation and prediction of Gaussian random fields with covariance models belonging to the generalized Cauchy (GC) class, under fixed domain asymptotics. Gaussian random field with this kind of covariance provide separate characterization of fractal dimension and long range dependence [LiTe09], an appealing feature in many physical, biological or geological systems.

The results of the paper are classified into three parts: first, we characterize the equivalence of two Gaussian measures with GC covariance function and we provide sufficient conditions for the equivalence of two Gaussian measures with Matérn (MT) and GC covariance functions and two Gaussian Measures with Generalized Wendland (GW) and GC covariance functions [Stein:1999, Zhang:2004].

In the second part, we establish strong consistency and asymptotic distribution of the maximum likelihood estimator of the microergodic parameter associated to GC covariance model, under fixed domain asymptotics. The third part elucidate the consequences of our results in terms of prediction under fixed domain asymptotics.

Our findings are illustrated through a simulation study: the first compares the finite sample behavior of the maximum likelihood estimation of the microergodic parameter of the GC model with the given asymptotic distribution. We then compare the finite-sample behavior of the prediction and its associated mean square error when the true model is GC and the prediction is performed using the true model and a misspecified GW model.

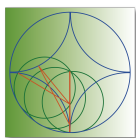
*Keywords: fractal dimension; long memory; microergodic parameter, maximum likelihood*

Joint work with:

**Moreno Bevilacqua<sup>1</sup>**, Department of Statistics, University of Valparaíso, Valparaíso, Chile.

\*Partially supported by DIUBB 170308 3/I Chile. Supported by GI 172409/C e-mail: [tfaouzi@ubiobio.cl](mailto:tfaouzi@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by FONDECYT grant 1160280 Chile, e-mail: [moreno.bevilacqua@uv.cl](mailto:moreno.bevilacqua@uv.cl)



# A stochastic methodology for risk assessment of a large earthquake when a long time has elapsed

*Raúl Fierro\**

*Instituto de Matemáticas*

*Universidad de Valparaíso*

*Valparaíso, Chile*

## Resumen

We propose a stochastic methodology for risk assessment of a large earthquake when a long time has elapsed from the last large seismic event. We state an approximate probability distribution for the occurrence time of the next large earthquake, by knowing that the last large seismic event occurred a long time ago. We prove that, under reasonable conditions, such a distribution is exponential with a rate depending on the asymptotic slope of the cumulative intensity function corresponding to a non-homogeneous Poisson process. As it is not possible to obtain an empirical cumulative distribution function of the waiting time for the next large earthquake, an estimator of its cumulative distribution function based on existing data is derived. We conduct a simulation study for detecting in what scenario the proposed methodology performs well. Finally, a real-world data analysis is carried out to illustrate its potential applications.

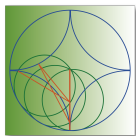
Joint work with:

**Víctor Leiva**<sup>1</sup>, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

---

\*Partially supported by FONDECYT No. 1160868, e-mail: [raul.fierro@uv.cl](mailto:raul.fierro@uv.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by FONDECYT No. 1160868, e-mail: [victorleivasanchez@gmail.com](mailto:victorleivasanchez@gmail.com)



# Trapezoidal Distributions and Trapezoidal beta Distribution

*Jorge I. Figueroa-Zúñiga, Sebastián Niklitschek\**

*Departamento de Estadística*

*Universidad de Concepción*

*Concepción, Chile*

## Resumen

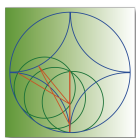
Beta Models have shown to be a powerful tool for the analysis and modeling of limited-range continuous variables. This mainly because of the great flexibility of its density function, which can cover a wide range of different shapes (symmetric, asymmetric, unimodal, bimodal). Recently Hahn (2008) proposed a new model for proportions more robust which considers equivalent tail-area events in both ends, namely "Rectangular beta Model". However, in many cases in the practice, the data are bounded and tail-area events occur on either end or at both ends independently. In such cases, it misses an extension of the beta and Rectangular beta Model that allows to capture this tail-behavior, for this reason in this work we propose the "Trapezoidal beta Model".

The focus of this paper is centered on the development of the "Trapezoidal beta Model", which is a generalization of both, the "beta Model" and the "Rectangular beta Model", and introduce a strategy for generating Trapezoidal distributions from any bounded density function. We study these distributions functions and we derive some fundamental properties such as the moments, moment generating function and characteristic function. To the "Trapezoidal beta Model" we will rewrite the model conveniently as a mixture model and we solve the problem of the parameter estimation using the EM algorithm. Finally, we report results of an application to a real data set. Model fitting comparison with several alternative models indicates that the model proposed presents the best fit and so it can be quite useful in real applications.

**Key words:** Beta distribution; Trapezoidal distribution; Maximum likelihood; EM algorithm.

---

\*Acknowledges funding support by grant VRID N°342/17, from the Universidad de Concepción, e-mail: [jfigueroaz@udec.cl](mailto:jfigueroaz@udec.cl)



# Test de Bondad de ajustes para la distribución Hermite biinvariante

*Pablo González\**

*Departamento de Estadística*

*Universidad del Bío-Bío*

*Chillán, Chile*

## Resumen

Los datos de conteo pueden aparecer bajo diferentes circunstancias. En un marco univariante, la distribución Poisson es la que con mayor frecuencia ha sido empleada para modelar tales datos. En la práctica, los datos de conteo bivariantes surgen en varias disciplinas diferentes y la distribución Poisson bivalente (DPB), siendo una generalización de la distribución Poisson, Un caso particular de la DPB es la distribución de hermite bivalente ( DHB)juega un rol importante en modelarlos, siempre que dichos datos presenten una correlación no negativa.

La distribución de Hermite es cero-inflada respecto a la distribución de Poisson, lo cual significa que la probabilidad del cero en la distribución de Hermite es siempre superior a la probabilidad del cero de la Poisson, cuando ambas distribuciones tienen la misma esperanza. También permite modelizar datos en los que aparece el fenómeno de sobredispersión, esto ocurre cuando la varianza es mayor que la esperanza, siendo esta sobredispersión moderada.

Contrastar la bondad de ajuste de las observaciones dadas con las hipótesis distribucionales asumidas es un aspecto crucial del análisis de datos. Por esta razón, en este trabajo pretendemos proponer y estudiamos un test de bondad de ajuste para la DHB. Este test se basará en la función generatriz de probabilidades, el cual sea consistente contra alternativas fijas.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Francisco Novoa**<sup>1</sup>, Departamento de Estadística , Universidad de Bío-Bío, Chillán, Chile.

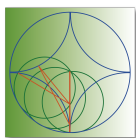
## Referencias

- [1] KOCHERLAKOTA, S. Y KOCHERLAKOTA, K., *Bivariate Discrete Distributions* ,New York: Marcel Dekker, (1992). 245-258.
- [2] JOHNSON, N. L., KOTZ, S. Y BALAKRISHNAN, N. *Discrete Multivariate Distributions*. (1997).. John Wiley and Sons.

---

\*Parcialmente financiado por XXX, e-mail: [pgonzalez@ubiobio.cl](mailto:pgonzalez@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por Grupo de Investigación Matemática Aplicada GI 172409/C de la Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile, e-mail: [fnovoa@ubiobio.cl](mailto:fnovoa@ubiobio.cl)



# Monitoring urban environmental pollution by bivariate control charts: a new methodology and a case study in Santiago, Chile

*Carolina Marchant\**

*Departamento de Matemática, Física y Estadística*

*Universidad Católica del Maule*

*Talca, Chile*

## Resumen

Particulate matter (PM) pollution is one of the main global urban environmental problems, affecting human health and life quality. Santiago, Chile, is one of the most polluted cities around the world in terms of PM<sub>2.5</sub> and PM<sub>10</sub>, because of a combination of anthropogenic, meteorological and topographic factors. Monitoring environmental risk is useful for preventing adverse effects on human health in highly polluted cities. In this work, we propose a new methodology based on bivariate quality control charts of Hotelling type using an asymmetric distribution for monitoring PM pollution in Santiago, Chile. This methodology is robust to extreme values of PM levels and constructed for both Phases I and II of control charts. We estimate the corresponding parameters with the maximum likelihood method and use parametric bootstrapping to obtain the distribution of the adapted Hotelling statistic. In addition, we consider the Mahalanobis distance to detect bivariate extreme values and use it to assess the adequacy of the distributional assumption. A simulation study is carried out for evaluating the performance of the methodology proposed in Phases I and II. A case study with PM pollution real data of Santiago, Chile, is provided. This study shows that the proposed methodology is useful for alerting early episodes of extreme air pollution, thus preventing adverse effects on human health. The obtained results are in agreement with the critical episodes reported by the Chilean health authority. [1]

Joint work with:

**Víctor Leiva**<sup>1</sup>, Escuela de Ingeniería Industrial, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

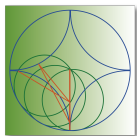
## Referencias

- [1] MARCHANT C, LEIVA V, CYSNEIROS FJA, LIU S (2018) Robust multivariate control charts based on Birnbaum-Saunders distributions. *Journal of Statistical Computation and Simulation* 88(1):182-202.

---

\*e-mail: [cmarchant@ucm.cl](mailto:cmarchant@ucm.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by FONDECYT 1160868, e-mail: [victorleivsanchez@gmail.com](mailto:victorleivsanchez@gmail.com)



## A simulation-based study on Bayesian estimator for the skew Brownian motion.

*Manuel J.P. Barahona, Laura Rifo, Maritza Sepúlveda, S. Torres \**

*Facultad de Ciencias*

*Universidad del Bío-Bío*

*Concepción*

*Chile.*

### Resumen

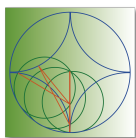
In analyzing temporal data set from a continuous variable, diffusion processes can be suitable under certain conditions on increments distributions. We are interested in processes where a semi-permeable barrier splits the state space, producing a diffusion on each side. In this case, when Brownian motion seems to be a suitable model for the diffusion, the skew Brownian process appears as the natural choice.

In this work, we make some Bayesian inferences on the parameters involved in this class of processes, like evidence measures, hypotheses testing, and posterior and predictive estimates. The asymptotic behavior of the Bayes estimators for the skewness parameter is discussed. The analysis proposed is illustrated with an example on Dow Jones Industrial Average. We validate the inferences obtained through a simulated data set. Those examples show the suitability of the Bayesian approach to deal with temporal data.

**Keywords:** skew Brownian motion, full Bayesian significance test.

---

\*e-mail: mpereira@ubiobio.cl



# Estimation of the Regression Function With a Covariance Dependence Structure and Random Times

*Tania Roa Rojas\**

*CIMFAV*

*Universidad de Valparaíso*

*Valparaíso, Chile*

## Resumen

In this work, we compute the least square estimator for the drift parameter in a regression model driven by fractional Brownian motion. For two random sampling consistency is shown, also a simulation study is provided in order to show the performance of the proposed method. Through the years and different research areas, we have noticed that some events, it does not occur at evenly spaced, because of this, we are will propose the estimation of a simple model but sampled at random times. Besides this, we will work with two different random times: irregular observations and renewal process.

Joint work with:

**Héctor Araya**<sup>1</sup>, CIMFAV, Universidad de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

**Natalia Bahamonde**<sup>2</sup>, Instituto de Estadística, Pontificia Univerisdad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

**Soledad Torres**<sup>3</sup>, CIMFAV, Universidad de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

## Referencias

- [1] JOSE A. VILAR, *Kernel Estimation of the Regression Function with Random sampling Times*, Statistics & probability letters **50**(1), (2000). 63-73.
- [2] MATHAL, A. M.; MOSCHOPOULOS, P. G., *A form of multivariate gamma distribution*, Annals of the Institute of Statistical Mathematics **vol. 44**, **no 1**, (1992). 97-106.

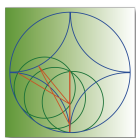
---

\*e-mail: [tania.roa@postgrado.uv.cl](mailto:tania.roa@postgrado.uv.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by Beca CONICYT-PCHA / Doctorado Nacional / 2016-21160138, e-mail: [hector.araya@postgrado.uv.cl](mailto:hector.araya@postgrado.uv.cl)

<sup>2</sup>Partially supported by FONDECYT Grant 1160527, e-mail: [natalia.bahamonde@pucv.cl](mailto:natalia.bahamonde@pucv.cl)

<sup>3</sup>Partially supported by FONDECYT Grant 1171335, e-mail: [soledad.torres@uv.cl](mailto:soledad.torres@uv.cl)



# On a Concordance Correlation Coefficient for Spatial Data

**Ronny Vallejos\***

*Departamento de Matemática*

*Universidad Técnica Federico Santa María*

*Valparaíso, Chile*

## Resumen

In this work we define a spatial concordance coefficient for second-order stationary processes. This problem has been widely addressed in a non-spatial context, but here we consider a coefficient that for a fixed spatial lag allows one to compare two spatial sequences along a  $45^\circ$  line. The suggested index is a generalization of Lin's coefficient [1], which evaluates the agreement between two continuous variables by measuring the variation from a  $45^\circ$  line through the origin. The main properties of Lin's coefficient are preserved for the new coefficient. The proposed index is explored for the bivariate Matérn and Wendland covariance functions. The asymptotic normality of the maximum likelihood estimator of the spatial concordance coefficient for an increasing domain sampling framework is established for the Wendland covariance function following the guidelines given in [2]. Monte Carlo simulations are used to gain additional insights into the asymptotic properties for finite sample sizes. The results will be illustrated by real data examples to see how our method works in practice

Joint work with:

**Aaron Ellison**<sup>1</sup>, Harvard Forest, Harvard University, Petersham, USA.

**Andrew Richardson**<sup>2</sup>, School of Informatics, Computing, and Cyber Systems, Northern Arizona University, Flagstaff, USA.

**Javier Pérez**<sup>3</sup>, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile.

## Referencias

- [1] LIN, L. I-K, *A concordance correlation coefficient to evaluate reproducibility*. Biometrics **45**, (1989). 255–268.
- [2] MARDIA, K. V., MARSHALL, T. J, *Maximum likelihood estimation of models for residual covariance in spatial regression*. Biometrika **71**, (1984). 135–146.

---

\*Partially supported by AC3E, FB-0008, e-mail: [ronny.vallejos@usm.cl](mailto:ronny.vallejos@usm.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [aellison@fas.harvard.edu](mailto:aellison@fas.harvard.edu)

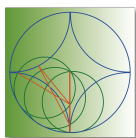
<sup>2</sup>e-mail: [Andrew.Richardson@nau.edu](mailto:Andrew.Richardson@nau.edu)

<sup>3</sup>e-mail: [javier.perezo@alumnos.usm.cl](mailto:javier.perezo@alumnos.usm.cl)

### **3.7. Matemáticas Discretas**

**Coordinador:**

- Christopher Thraves, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción. Concepción.



# Diseño y análisis de algoritmos para encaminamiento en redes de comunicación con fallos

**Jorge Ávila**

*Departamento de Ingeniería Matemática  
Universidad de Concepción  
Concepción, Chile*

## Resumen

En este trabajo estudiamos el problema de encaminamiento en redes de comunicación utilizando el modelo de *Aprendizaje y Predicción con Ayuda de Expertos* [5], incorporando el supuesto de que los caminos presentes puedan fallar. Para esta finalidad, introducimos una nueva noción a la cual denominamos *ambientes*, que nos permite modelar la aparición de los fallos en los caminos (llamados también expertos). Modelamos la aparición de fallos en tres perspectivas: probabilista, asumiendo que cada experto falla a una cierta tasa [3]; markoviana, donde los fallos de cada experto siguen una cadena de Markov de dos estados (fallo y no fallo) [2]; y adversarial, donde son determinados por un adversario [5],[6]. Estudiamos qué ocurre con los predictores (cualquiera sea) cuando actúan bajo estos supuestos de fallo. En particular, mostramos cotas para el valor esperado de fallos de predictores que actúan bajo los ambientes probabilista y markoviano, además de mostrar, en casos específicos donde las probabilidades de fallo se mantienen constantes en el tiempo para cada experto, que el valor esperado de fallos se obtiene explícitamente y es independiente del predictor considerado.

En una siguiente etapa, estudiamos los predictores PUNIF y FTPL [4], y mostramos cotas para los valores esperados de fallo en los distintos ambientes, para luego dar paso a nuevos predictores definidos por nosotros, MFTPL probabilista y MFTPL markoviano, que corresponden a una generalización del predictor FTPL, pero que buscan utilizar la información de la aparición de los fallos bajo un ambiente probabilista y markoviano, respectivamente.

Sometemos a todos los predictores estudiados a simulaciones numéricas bajo ambientes adversarial, probabilista y markoviano, además de datos reales facilitados por el proyecto PANACEA. En estos experimentos se evidencia que el mejor predictor es MFTPL markoviano, quien generaliza el comportamiento de MFTPL probabilista en todos los ambientes, y por supuesto, a FTPL.

Nuestro trabajo concluye con la presentación de un algoritmo que filtra la aparición de fallos de cada experto, y que está basado en los ambientes. Esto genera una mejora sustancial en la performance del predictor FTPL cuando se somete a escenarios con alta presencia de fallos, y en caso contrario, mantiene lo que hace FTPL originalmente.

Trabajo realizado en conjunto con:

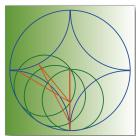
**Christopher Thraves**, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Sebastián Niklitschek**, Departamento de Estadística, Universidad de Concepción, Concepción, País.

## Referencias

- [1] CESA-BIANCHI, NICOLÒ, AND GÁBOR LUGOSI. *Prediction, learning, and games*. Cambridge university press, 2006.

- [2] TEKIN, CEM; LIU, MINGYAN. *Online algorithms for the multi-armed bandit problem with markovian rewards*. En Communication, Control, and Computing (Allerton), 2010 48th Annual Allerton Conference on. IEEE, 2010. p. 1675-1682.
- [3] ANANTHARAM, VENKATACHALAM; VARAIYA, PRAVIN; WALRAND, JEAN. *Asymptotically efficient allocation rules for the multiarmed bandit problem with multiple plays-Part I: IID rewards*. IEEE Transactions on Automatic Control, 1987, vol. 32, no 11, p. 968-976.
- [4] KALAI, ADAM; VEMPALA, SANTOSH. *Efficient algorithms for online decision problems*. Journal of Computer and System Sciences, 2005, vol. 71, no 3, p. 291-307.
- [5] CESA-BIANCHI, NICOLO; LUGOSI, GABOR. *Combinatorial bandits*. Journal of Computer and System Sciences, 2012, vol. 78, no 5, p. 1404-1422.
- [6] GYORGY, ANDRÁS; LINDER, TAMÁS; OTTUCSÁK, GYORGY. *THE SHORTEST PATH PROBLEM UNDER PARTIAL MONITORING*. En International Conference on Computational Learning Theory. Springer, Berlin, Heidelberg, 2006. p. 468-482.



# Signed Graph Embedding on the Circumference

*Felipe Ignacio Benitez Ulloa\**

*Mathematical Engineer Department*

*University of Concepcion*

*Concepcion, Chile*

## Resumen

A signed graph is a mathematical structure composed by a graph  $G = (V, E)$  and a sign assignment on its edges  $s : E \rightarrow \{+1, -1\}$ . Signed graphs are useful to represent binary relation models. These are models in which the relationship between two entities can be described as a positive or a negative relation, for example friendship and enmity, or any kind of two-type relation where both relations are opposite to each other. An example of the usefulness of signed graphs are social networks, where positive edges represent friendship between two people and negative edges represent enmity between two people. A natural assumption on social behaviors is that everyone wants to be closer to their friend rather than their enemies. We will call this assumption the *closeness condition*. Our work represents that idea and it is defined as a signed graph embedded on a metric space in which every vertex is closer to its positives relations than its negative relations. That is, a signed graph embedding under the closeness condition.

There has been studies on this problem in where they respond the following question: Which signed graphs can be embedded on  $\mathbb{R}$  under the closeness condition? In [?] it is shown that decide when a given graph can be embedded or not on  $\mathbb{R}$  under the closeness condition is an NP-complete problem. Moreover, in [3] they give a characterization for all the complete signed graphs (i.e. complete graphs with signs) that can be embedded on  $\mathbb{R}$  under the closeness condition. Even more, they give an algorithm to find such embedding.

In my thesis work [1] we move along this way but this time the metric space is the circumference  $\mathcal{C}$ , in which the distance between two points in  $p_1, p_2 \in \mathcal{C}$  is given by the measure of the minor angle defined by those two points:

$$d_{\mathcal{C}}(p_1, p_2) := \min\{\angle_{p_1 p_2}, \angle_{p_2 p_1}\}, \forall p_1, p_2 \in \mathcal{C}.$$

Therefore, the main problem is: *Given a signed graph  $G = (V, E^+ \cup E^-)$ , Can  $G = (V, E^+ \cup E^-)$  be embedded on  $\mathcal{C}$  under the closeness condition?* The results of this work are summarized in

**A1:** We found a characterization for complete signed graphs for which exists such embedding on the circumference and we give an algorithm to find such embedding.

**A2:** We give forbidden graphs pattern to the main problem. These patterns did not require the graph to be complete.

Joint work with:

**Christopher Thraves Caro**<sup>1</sup>, Mathematical Engineer Department, University of Concepcion, Concepcion, Chile.

**Julio Aracena Lucero**<sup>2</sup>, Mathematical Engineer Department, University of Concepcion, Concepcion, Chile.

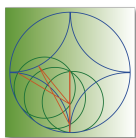
\*Partially supported by Fondecyt 1151265, e-mail: felipebenitez@udec.cl

<sup>1</sup>Partially supported by XXX, e-mail: cthraves@ing-mat.udec.cl

<sup>2</sup>Partially supported by Fondecyt 1151265, e-mail: jaracena@ing-mat.udec.cl

## Referencias

- [1] FELIPE BENÍTEZ ULLOA, *Incrustación de Grafos con Signos en la Circunferencia*, <https://www.icm.udec.cl/userfiles/file/tesis/TesisFelipeBenitez.pdf>, Tesis de grado, Universidad de Concepción, 2017.
- [2] M. CYGAN AND M. PILIPCZUK AND M. PILIPCZUK AND J. O. WOJTASZCZYK, *Sitting closer to friends than enemies, revisited*, arXiv:1201.1869v1, 2011.
- [3] A.-M. KERMARREC AND C. THRAVES, *Can Everybody Sit Closer to Their Friends Than Their Enemies?*, Proceedings of the 36th International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS), pages 388-399, 2011.



# Operador bloque-secuencial en redes Booleanas

*Luis Cabrera Crot\**

*Departamento de Ingeniería en Informática y Ciencias de la Computación*

*Universidad de Concepción*

*Concepción, Chile*

## Resumen

Una red Booleana es un sistema donde interactúan  $n$  variables Booleanas, las cuales evolucionan, en tiempo discreto, de acuerdo a una regla de regulación y a un esquema de actualización predefinido.

La relación entre la estructura de una red regulatoria y su comportamiento dinámico es crucial para entender, por ejemplo, como han evolucionado algunas redes biológicas. Más aún, esta relación puede ser usada para construir redes Booleanas con propiedades dinámicas deseables.

En el esquema original de una red Booleana todos los nodos son actualizados en forma síncrona a través del tiempo (esquema paralelo). Un esquema más general introducido en [1], considera que el conjunto de nodos de la red es dividido en bloques y que los nodos en un mismo bloque son actualizados simultáneamente. Diferencias en los comportamientos dinámicos de redes Booleanas con diferentes esquemas de actualización han sido estudiado principalmente desde un punto de vista experimental y estadístico [2, 3, 4].

Un enfoque distinto, desarrollado en esta tesis, consiste en estudiar el comportamiento dinámico de una red actualizada bajo un esquema bloque-secuencial mediante el análisis de una red equivalente actualizada por un esquema paralelo.

En esta presentación, se muestran resultados acerca del estudio de las variaciones en la estructura del grafo de interacción de una red Booleana con respecto a los cambios en el esquema de actualización y su relación con alguna propiedades dinámicas de la red.

Trabajo de tesis doctoral supervisado por:

**Lilian Salinas Ayala**<sup>1</sup>, Departamento de Ingeniería en Informática y Ciencias de la Computación, Universidad de Concepción, Concepción, Chile

**Julio Aracena Lucero**<sup>2</sup>, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile

## Referencias

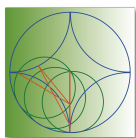
- [1] FRANÇOIS ROBERT, *Discrete iterations: a metric study*, volume 6 of Series in Computational Mathematics. Springer (1986).
- [2] JULIO ARACENA, ERIC GOLES, ANDRÉS MOREIRA, & LILIAN SALINAS, *On the robustness of update schedules in Boolean networks*, Biosystems, 97(1):1-8 (2009).
- [3] ERIC GOLES & LILIAN SALINAS, *Comparison between parallel and serial dynamics of Boolean networks*, Theoretical Computer Science, 396(1-3), 247-253 (2008).
- [4] JULIO ARACENA, JACQUES DEMONGEOT, ERIC FANCHON & MARCO MONTALVA *On the number of different dynamics in boolean networks with deterministic update schedules*, Mathematical biosciences, 242(2), 188-194 (2013).

---

\*Financiado por CONICYT-PCHA/Doctorado Nacional/2016-21160885, e-mail: [luiscaabrera@udec.cl](mailto:luiscaabrera@udec.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por proyecto FONDECYT 1151265, e-mail: [liliasalinas@udec.cl](mailto:liliasalinas@udec.cl)

<sup>2</sup>Parcialmente financiado por proyecto FONDECYT 1151265, e-mail: [jaracena@ing-mat.udec.cl](mailto:jaracena@ing-mat.udec.cl)



# Maximum number of clique-free colorings in graphs

*Hiep Han*<sup>\*</sup>

*Department of Mathematics and Computer Science  
University of Santiago, Chile*

## Resumen

A coloring of the edges of a graph  $G$  with  $r$  colors is called a  $K_k$ -free  $r$ -coloring if it induces no monochromatic copy of  $K_k$ , the clique on  $k$  vertices. For given  $r \in \{2, 3\}$  and  $k \geq 3$  Alon, Balogh, Keevash and Sudakov showed that among all graphs on  $n$  vertices the balanced  $(k-1)$ -partite graph and only this graph admits the maximum number of distinct  $K_k$ -free  $r$ -colorings, provided  $n > n_0(k)$  is sufficiently large. For  $r = 2$  and  $k = 3$  this was conjectured by Erdős and Rothschild and confirmed by Yuster previously.

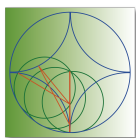
The bound on  $n_0(k)$  obtained by Alon et al. is of tower-type with height exponential in  $k$  and the authors also observed that  $n_0(k)$  must be at least exponential in  $k$  for the result to hold. In our work we essentially closes this gap between the upper and the lower bound. Answering the question posed by Alon et al. we show that the lower bound is of correct order and that it suffices to choose  $n_0(k) = \exp(Ck^4)$  for some absolute constant  $C$ .

Joint work with:

**Andrea Jiménez**<sup>1</sup>, CIMFAV, Facultad de Ingeniería, Universidad de Valparaíso.

<sup>\*</sup>Partially supported by FONDECYT Iniciación grant 11150913, e-mail: [hiep.han@usach.cl](mailto:hiep.han@usach.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by FONDECYT Iniciación grant 11170931, e-mail: [andrea.jimenez@uv.cl](mailto:andrea.jimenez@uv.cl)



## Juegos de prioridad estocicos simultos

**Bruno Karelović**

*Departamento de Ingenieratemca  
Universidad de Concepcioncepcihile*

### Resumen

Esta charla se centra en una clase especial de los juegos estocicos de dos jugadores de suma cero, que llamamos juegos de prioridad.

Los juegos de dos jugadores de suma cero pueden modelar interacciones a largo plazo entre dos jugadores que tienen objetivos opuestos.

En este modelo, dos jugadores van moviendo una ficha de un estado a otro, por medio de acciones que determinan el estado siguiente de forma estocica. Ambos jugadores juegan infinitamente. El ganador de este juego es determinado segn alguna propiedad del conjunto de estados visitados infinitas veces. Si el ganador se determina segn la paridad del mayor estado infinitamente visitado, el juego se denomina *juego de paridad*.

Los juegos de paridad generalizan otros juegos de duracifinita, como los juegos de accesibilidad. Adem su intero se reduce solamente a la teore juegos, tambistuertemente relacionados con problemas de verificaci, autas de oles [2] y la.

Intuitivamente, los juegos de paridad capturan la situcinde se mezclan dos tipos de propiedades, deseables e indeseables. Adem las propiedades estrdenadas por una relaci prioridad. Esto lleva a una clasificaci las ejecuciones infinitas de un sistema: una ejecuci deseable si la prioridad mma infinitamente recorrida durante la ejecuci deseable.

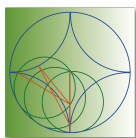
Podemos, sin embargo, hacer mina la clasificaci las propiedades al cuantificarlas, es decir, asignarle nmeros reales en vez de solo etiquetas **deseable** vs **indeseable**. Esto nos lleva a la construcci los *juegos de prioridad*.

Trabajo realizado en conjunto con:

**Wiesław Zielonka** IRIF, Universitris Diderot (Paris 7), Par Francia.

### Referencias

- [1] WOLFGANG, THOMAS, *Infinite games and verification*, International Conference on Computer Aided Verification, Springer, Berlin, Heidelberg, 58–65, (2002).
- [2] ZIELONKA, WIESŁAW, *Infinite games on finitely coloured graphs with applications to automata on infinite trees*, Theoretical Computer Science, vol. 200, no 1-2, p. 135–183, (1998).



# Árbol generador de costo mínimo con incertidumbre.

*Arturo Merino\**

*Departamento de Ingeniería Matemática*

*Universidad de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

En esta charla abordaremos el problema del árbol generador de costo mínimo en un contexto donde los pesos en las aristas son inciertos. Inicialmente, para cada arista  $e$  de un grafo  $(V, E)$  se conocerá un intervalo no vacío  $A_e$ , llamado área de incertidumbre, que contiene los posibles pesos a tomar de la arista  $e$ . El algoritmo puede escoger un conjunto de aristas  $X \subseteq E$  a revelar, de manera que si una arista  $e$  es revelada se obtiene un peso  $w_e \in A_e$ . El objetivo es encontrar un conjunto  $X \subseteq E$  de tamaño mínimo que al revelarlo permita calcular un árbol de costo mínimo independiente del valor de las aristas no reveladas, esto es de especial importancia en aplicaciones donde calcular costos específicos puede ser muy costoso, pero se poseen valores aproximados.

El caso adaptativo fue estudiado en [1] y [2]. En esta charla consideraremos el caso no adaptativo, es decir, cuando las aristas a revelar se eligen todas al mismo tiempo. Se formalizará el problema y se mostrará un algoritmo polinomial no adaptativo que computa el conjunto a revelar de tamaño mínimo y, dependiendo de la revelación del conjunto, retorna un árbol generador de costo mínimo. Dicho algoritmo está basado en generalizaciones de la regla azul y roja para computar árboles generadores de costo mínimo sin incertidumbre.

Trabajo realizado en conjunto con:

**José Soto**<sup>1</sup>, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

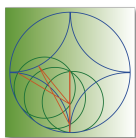
## Referencias

- [1] ERLEBACH, THOMAS; HOFFMAN, MICHAEL; KRIZANC, DANNY; MIHAL'ÁK, MATÚ; RAMAN, RAJEEV, *Computing minimum spanning trees with uncertainty*, Proceedings of Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science, (2008). 277-288.
- [2] MEGOW, NICOLE; MEISSNER, JULIE; SKUTELLA, MARTIN, *Randomization helps computing a minimum spanning tree under uncertainty*. SIAM Journal on Computing **46.4**, (2017). 1217-1240.

---

\*Parcialmente financiado por proyecto Fondecyt 11130266, e-mail: [amerino@dim.uchile.cl](mailto:amerino@dim.uchile.cl)

<sup>1</sup>Parcialmente financiado por proyecto Fondecyt 11130266, e-mail: [jsoto@dim.uchile.cl](mailto:jsoto@dim.uchile.cl)



# Chromatic numbers of exact distance graphs

**Daniel A. Quiroz**

*Center for Mathematical Modeling*

*Universidad de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

Given a graph  $G = (V, E)$  and a positive integer  $p$ , define the exact distance- $p$  graph  $G^{[p]}$  as the graph having vertex set  $V$  and edge set  $E^{[p]}$  containing an edge  $xy$  if and only if the distance in  $G$  between vertices  $x$  and  $y$  (i.e., the number of edges in the shortest path joining  $x$  and  $y$ ) is exactly  $p$ .

We consider the chromatic number  $\chi(G^{[p]})$  of exact distance graphs. For  $p$  even, this number is unbounded even in the class of trees. However, for odd  $p$  the number is known to be bounded for many important classes of graphs. A very general result of Nešetřil and Ossona de Mendez [1] implies that there is a constant bound on  $\chi(G^{[p]})$  when  $G$  is planar and  $p$  is odd. We present an alternative proof of their result. Our proof relies on the notion of generalized colouring numbers and, in particular, allows us to obtain (much) better upper bounds for the chromatic number of exact distance graphs of planar graphs.

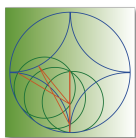
Joint work with:

**Jan van den Heuvel**, Department of Mathematics, London School of Economics, London, UK.

**H.A. Kierstead**, School of Mathematics and Statistics, Arizona State University, Tempe, USA.

## Referencias

- [1] NEŠETŘIL, JAROSLAV; OSSONA DE MENDEZ, PATRICE, *Sparsity – Graphs, Structures and Algorithms*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2012).



# El factor de aproximación del algoritmo de doble-árbol con técnicas de atajos para el problema del vendedor viajero.

**Manuel Rogers**

*Instituto de ingeniería Matemática  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Santiago, Chile*

## Resumen

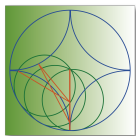
El análisis de los algoritmos de aproximación que forman ciclos eulerianos para el problema del vendedor viajero se centra en la formación de dicho ciclo y no en la conversión del ciclo euleriano a uno hamiltoniano. En particular, estaba la pregunta abierta para algoritmos de *double tree-shortcutting* en el caso euclidiano de si es posible tener un factor de aproximación menor a 2 [1]. En este trabajo cerramos esa pregunta mediante la construcción de una instancia en donde existe un ciclo hamiltoniano que tiene un peso equivalente al del árbol generador mínimo y no existen reducciones relevantes de costos al convertir el ciclo euleriano del árbol generador duplicado en uno hamiltoniano, sin importar de que manera se haga la transformación. Esta instancia particular se contrasta con un escenario esparado de puntos aleatorios, en donde si se puede reducir el costo del ciclo en un factor constante. Otro resultado de este trabajo es una aproximación en un factor constante de la reducción máxima que se puede hacer con técnicas de *shortcutting* a un ciclo euleriano que viene de un árbol generador duplicado, basado en una aproximación de asignación de recursos de Calinescu et. al [2]. Finalmente, se aborda otro caso particular, el cual es cualquier instancia en donde no existan *shortcuts* que tengan una reducción local de los costos importante. En este caso, se puede concluir que el peso del árbol generador mínimo es cercano al peso del camino más largo de dicho árbol, lo cual implica que el árbol generador duplicado tiene un factor de aproximación menor a 2 sin necesidad de realizar ningún atajo.

Trabajo realizado en conjunto con:

**José Verschae**, Instituto de ingeniería Matemática  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Santiago, Chile.

## Referencias

- [1] DEINEKO, VLADIMIR; TISKIN, ALEXANDER, *Min-weight double-tree shortcutting for Metric TSP: Bounding the approximation ratio*, Electronic Notes in Discrete Mathematics **32**, (2009). 19-26.
- [2] CALINESCU, GRUIA; CHAKRABARTI, AMIT; KARLOFF, HOWARD; RABANI, YUVAL *Improved approximation algorithms for resource allocation* International Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization . Springer,, (2002). 401-414.



# Fixing Boolean networks asynchronously

*Lilian Salinas\**

*Departamento de Ingeniería Informática y Ciencias de Computación*

*Universidad de Concepción*

*Concepción, Chile*

## Resumen

The asynchronous automaton associated with a Boolean network  $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$  is considered in many applications. It is the finite deterministic automaton with set of states  $\{0, 1\}^n$ , alphabet  $\{1, \dots, n\}$ , where the action of letter  $i$  on a state  $x$  consists in either switching the  $i$ th component if  $f_i(x) \neq x_i$  or doing nothing otherwise. This action is extended to words in the natural way. We then say that a word  $w$  *fixes*  $f$  if, for all states  $x$ , the result of the action of  $w$  on  $x$  is a fixed point of  $f$ . In this paper, we ask for the existence of fixing words, and their minimal length. Firstly, our main results concern the minimal length of words that fix *monotone* networks. We prove that, for  $n$  sufficiently large, there exists a monotone network  $f$  with  $n$  components such that any word fixing  $f$  has length  $\Omega(n^2)$ . For this first result we prove, using Baranyai's theorem, a property about shortest supersequences that could be of independent interest: there exists a set of permutations of  $\{1, \dots, n\}$  of size  $2^{o(n)}$ , such that any sequence containing all these permutations as subsequences is of length  $\Omega(n^2)$ . Conversely, we construct a word of length  $O(n^3)$  that fixes all monotone networks with  $n$  components. Secondly, we refine and extend our results to different classes of fixable networks, including networks with an acyclic interaction graph, increasing networks, conjunctive networks, monotone networks whose interaction graphs are contained in a given graph, and balanced networks.

Joint work with:

**Julio Aracena**<sup>1</sup>, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Maximilien Gadouleau**<sup>2</sup>, Departament of Computer Science, Universidad de Durham, Durham, Inglaterra.

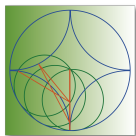
**Adrien Richard**<sup>3</sup>, Laboratoire d'Informatique, Signaux et Systèmes de Sophia Antipolis, University of Nice-Sophia Antipolis, Sophia Antipolis, Francia.

\*Partially supported by Fondecyt 1151265, CNRS project PICS06718, Labex UCN@Sophia, e-mail: lilisalinas@udec.cl

<sup>1</sup>Partially supported by Fondecyt 1151265, CNRS project PICS06718, Labex UCN@Sophia, e-mail: jaracena@ing-mat.udec.cl

<sup>2</sup>e-mail: m.r.gadouleau@durham.ac.uk

<sup>3</sup>Partially supported by CNRS project PICS06718, Labex UCN@Sophia, e-mail: richard@unice.fr



# On transitive Turing machine dynamical system classification

*Rodrigo Torres-Avilés\**

*DCCTI*

*Universidad del Bío-Bío*

*Chillán, Chile*

## Resumen

Turing machines have traditionally been studied as computational models, but we center our line of research on the dynamical properties of Turing machines, thus focusing on their behavior rather than the final results. This approach, in the context of Turing machines, has been fruitful since its inception by Kůrka in 1997 [5], with studies on immortality [3, 6], entropy, equicontinuity, periodicity and, recently, transitivity [4, 2].

The transitivity study shows that this property is undecidable within three Turing machine dynamical systems: Turing machine with moving head (TMH), Turing machine with moving tape (TMT) (both proposed by Kůrka [5]) and the column factor of the latter, the trace shift. However, open questions remain about the topic: What is the classification of transitive Turing machines? What relationships exist between them? Is there a dependency on the concept of blocking words [1]?

We present the classification of transitive Turing machine dynamical systems, in addition to establishing relations between such dynamical systems and transitivity, minimality, reversibility and the existence of blocking words. We can depict those relations in the figure ??.

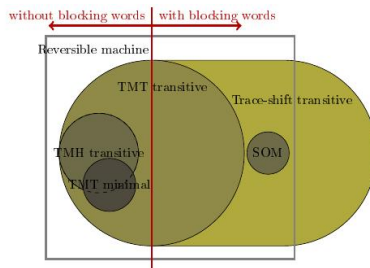


Figure 1: The universe of transitive Turing machines.

Also, it is possible to prove that each sub classification has a infinity amount of Turing machines, using the embedding technique [4, 2].

Joint work with:

**Anahí Gajardo**<sup>1</sup>, DIM, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Nicolas Ollinger**<sup>2</sup>, LIFO, Université d'Orléans, Orléans, France.

\*Partially supported by FONDECYT, e-mail: [rtorres@ubiobio.cl](mailto:rtorres@ubiobio.cl)

<sup>1</sup>Partially supported by CI<sup>2</sup>MA, e-mail: [anahi@ing-mat.udec.cl](mailto:anahi@ing-mat.udec.cl)

<sup>2</sup>Partially supported by ECO-SUD, e-mail: [nicolas.ollinger@univ-orleans.fr](mailto:nicolas.ollinger@univ-orleans.fr)

## Referencias

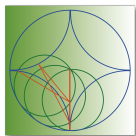
- [1] R. TORRES-AVILÉS AND N. OLLINGER AND A. GAJARDO. *Undecidability of the Surjectivity of the Subshift Associated to a Turing Machine*. Lecture Notes of Computer Science (RC12), 7581:44-56, 2013.
- [2] A. GAJARDO AND N. OLLINGER AND R. TORRES-AVILÉS. *The Transitivity Problem of Turing Machines*. Lecture Notes of Computer Science (MFCS), 9234:231-242, 2015.
- [3] J. KARI AND N. OLLINGER. *Periodicity and Immortality in Reversible Computing*. Lecture Notes of Computer Science (MFCS), 5162:419-430, 2008.
- [4] J. CASSAIGNE AND N. OLLINGER AND R. TORRES-AVILÉS. *A Small Minimal Aperiodic Reversible Turing Machine*. Journal of Computer and System Science, 84C:288-301, 2017.
- [5] P. KÛRKA. *On topological dynamics of Turing machines*. Theoretical Computer Science, 174(1-2):203-216, 1997.
- [6] E. JEANDEL. *On immortal configurations in Turing machines*. In Ochmanski, E., Tyszkiewicz, J., eds.: Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS 2008). Volume 5162 of Lecture Notes in Computer Science., Springer, 419-430, 2009.

### **3.8. Teoría de Control**

#### **Coordinador:**

- Noang Nguyen, Departamento de Ingeniería Matemáticas, Universidad de Concepción, Concepción.

## **Índice**



# Convergencia de soluciones para sistemas de segundo orden de familias de operadores cocoercivos

*Ruben Astudillo\**

*F-323*

*UTFSM*

*Valparaíso, Chile*

## Resumen

Sea  $\mathcal{H}$  un espacio *Hilbert*. Dado  $A : \mathcal{H} \rightarrow 2^{\mathcal{H}}$  un operador maximal monótono,  $\alpha(t) > 0 \in C^1(\mathcal{H})$  una función y  $\gamma \in \mathbb{R}$  una constante, se estudian los sistemas diferenciales de segundo orden

$$\ddot{u}(t) + \gamma \dot{u}(t) + \alpha(t)A_{\alpha(t)}u(t) = 0, \quad t > t_0 \quad (1)$$

donde  $A_{\alpha(t)}$  corresponde a la regularización de *Yosida* de  $A$  con parámetro  $\alpha(t)$ . Se mostrará que, bajo condiciones adecuadas para  $\alpha(t)$  y  $\gamma$ , las soluciones  $u(t)$  de dicho sistema convergen débilmente a un elemento del conjunto

$$A^{-1}\{0\} = \bigcap_{t>t_0} (\alpha(t)A_{\alpha(t)})^{-1}\{0\} \quad (2)$$

Este resultado es similar al probado por *Álvarez* en [1]. Se presentará una formulación discreta del sistema anterior dada por

$$\frac{u_{k+1} - 2u_k + u_{k-1}}{s^2} + \gamma \frac{u_{k+1} - u_k}{s} + \alpha_k A_{\alpha_k} u_{k+1} = 0$$

con  $\{\alpha_k\}$  una sucesión positiva con condiciones similares al caso continuo. A partir de está, se propone el uso de un algoritmo *RIPA*[2] para obtener una secuencia minimizadora de forma eficiente. Finalmente mostraremos experimentos computacionales que motiven el uso de estas formulaciones y algoritmos.

Trabajo realizado en conjunto con:

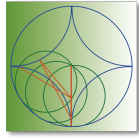
**Juan Peypouquet**<sup>1</sup>, 407, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

## Referencias

- [1] F. Álvarez, *On the minimizing property of a second-order dissipative system in Hilbert spaces*, SIAM J, Control Optim, 38, No. 4, (2000). pp. 1102-1119
- [2] H. Attouch, J. Peypouquet, *Convergence of inertial dynamics and proximal algorithms governed by maximal monotone operators*

\*e-mail: ruben.astudillo@alumnos.usm.cl

<sup>1</sup>e-mail: juan.peypouquet@usm.cl



# A Projected primal-dual splitting for solving constrained monotone inclusions

*Luis M. Briceias\**

*Departamento de Matemca*

*Universidad Tica Federico Santa Mar Santiago, Chile*

## Resumen

In this work, we provide a splitting algorithm for solving the problem of finding a point in the intersection of a closed convex subset  $X$  of a real Hilbert space and the set of zeros of a monotone operator. We assume that this operator can be decomposed in  $A + L * BL + C$ , where  $A$  and  $B$  are maximally monotone,  $C$  is cocoercive, and  $L$  is a linear operator with adjoint  $L^*$ . In the case when  $X$  is the whole space, the problem can be solved via the method proposed in [3] and [2], the latter in the context of optimization problems. In the context of constrained convex optimization, the previous algorithms force feasibility on primal iterates via Lagrange multiplier updates, which usually leads to slow algorithms whose primal iterates do not satisfy any of the constraints. In this work we propose a method that generalizes the algorithms in [3] and [2] by adding an appropriate projection on  $X$ , which, in the constrained optimization context, can be defined via a selection of the constraints onto which the projection can be computed. In this framework, we generate a primal sequence satisfying those constraints and obtaining improvement on the efficiency of the method, which is justified via numerical experiences. Finally, in the case when  $A$  or the inverse of  $B$  is strongly monotone, we provide an accelerated version of the algorithm ensuring a rate of convergence of  $O(1/k^2)$ . This version generalizes the accelerated method provided in [1].

Joint work with:

**Sergio L Rivera**<sup>1</sup>, Departamento de Matemca, Universidad Tica Federico Santa Mar Santiago, Chile.

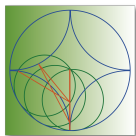
## Referencias

- [1] A. Chambolle, T. Pock, A first-order primal-dual algorithm for convex problems with applications to imaging. *J. Math. Imaging Vis.* (2011) 40: 120–145.
- [2] Condat, L.: A primal-Dual Aplitting mehod for convex optimizacion involving lipschitzian, proximable and linear composite terms. *J. Optim. Theory Appl.* (2013) 158:460–479.
- [3] B.C. Vũ : A splitting algorithm for dual monotone inclusions involving cocoercive operators. *Adv. Comput. Math.* (2013) 38:667–681.

---

\*Partially supported by XXX, e-mail: `xx@xxx.xxx`

<sup>1</sup>e-mail: `sergio.lopez.12@sansano.usm.cl`



# Double regularization methods for robust feature selection and SVM classification via DC programming

*Miguel Carrasco\**

*Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas*

*Universidad de Los Andes*

*Santiago, Chile.*

## Resumen

In this work, two novel formulations for embedded feature selection are presented. A second-order cone programming approach for Support Vector Machines is extended by adding a second regularizer to encourage feature elimination. The one- and the zero-norm penalties are used in combination with the Tikhonov regularization under a robust setting designed to correctly classify instances, up to a predefined error rate, even for the worst data distribution. The use of the zero norm leads to a nonconvex formulation, which is solved by using Difference of Convex (DC) functions, extending DC programming to second-order cones. Experiments on high-dimensional microarray datasets were performed, and the best performance was obtained with our approaches compared with well-known feature selection methods for Support Vector Machines.

Joint work with:

**Julio López**<sup>1</sup>, Instituto de Ciencias Básicas

Universidad Diego Portales

Santiago, Chile.

**Sebastián Maldonado**<sup>2</sup>, Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas

Universidad de Los Andes

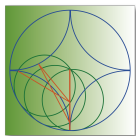
Santiago, Chile.

---

\* e-mail: micarrasco@uandes.cl

<sup>1</sup>Partially supported by Fondecyt 1160894, e-mail: julio.lopez@udp.cl

<sup>2</sup>Partially supported by Fondecyt 1160738 e-mail: smaldonado@uandes.cl



# Asymptotic equivalence of evolution equations governed by monotone operators with some structure and their discretizations

*Andrés Contreras\**

*Departamento Ingenieratemca*

*Universidad de Chile.*

## Resumen

In this work, we study discrete approximations of the evolution equation

$$-x'(t) = Bx(t), \quad t > 0, \quad x(0) = x_0 \in \mathcal{H}, \quad (1)$$

by means of Euler iterations, and  $B$  a cocoercive operator on the Hilbert space  $\mathcal{H}$ . On the other hand, we give precise estimations for the distance between iterates of independently generated Euler sequences, and use them to obtain bounds for the distance between the state, given by the continuous-time trajectory, and the discrete approximations obtained by the Euler iterations. We establish the asymptotic equivalence between the continuous-and discrete-time systems, under a sharp hypothesis on the step sizes. The concept of asymptotic equivalence was introduced by Passty in [1], it means that continuous and discrete trajectories of evolution equation are convergent or divergent at the same time. Of particular interest is the case where  $B = \nabla f$ , with  $f : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$  a convex and differentiable function, and  $\nabla f$  is Lipschitz-continuous. According with Baillon-Haddad Theorem (see, for instance, [4, Theorem 3.13]),  $\nabla f$  is a cocoercive operator and using some techniques of [3], we show the asymptotic equivalence between continuous trajectory of (1) and the iterates generated conveniently by gradient algorithm. In this case, the step sizes are chosen in a more general way. Asymptotic equivalence in this case allows us to construct a family of smooth functions for which the trajectories/sequences generated by first order methods converges weakly but not strongly, extending the counterexample of Baillon [2]. On the other hand, we include a few guidelines to address the problem in smooth Banach spaces. Finally, for the differential inclusion

$$-x'(t) \in (A + B)x(t), \quad \text{c.t.p } t > 0, \quad x(0) = x_0 \in \overline{D(A)}, \quad (2)$$

with  $A : \mathcal{H} \rightarrow 2^{\mathcal{H}}$  is maximal monotone and  $B$  as above, we obtain estimations for the distance between iterates of independently generated forward-backward sequences. Furthermore, we present asymptotic equivalence between continuous-time trajectory associated to (2) and discrete trajectories obtained by forward-backward iterations.

Joint work with:

**Juan Peypouquet**<sup>1</sup> Departamento de Ingenieratemca, Universidad de Chile.

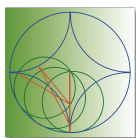
## Referencias

- [1] Passty, G. B. *Preservation of the asymptotic behavior of a nonlinear contraction semigroup by backward differencing*, Houston J. Math., 7 (1981), pp. 103-110.

\*e-mail: [acontreras@dim.uchile.cl](mailto:acontreras@dim.uchile.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [jpeypou@dim.uchile.cl](mailto:jpeypou@dim.uchile.cl)

- [2] Baillon J.B. *Un exemple concernant le comportement asymptotique de la solution du problème  $du/dt + \partial\varphi(u) \ni 0$* . J. Funct. Anal, 28 (1978), 369-376.
- [3] Guller, O. *On the convergence of the proximal point algorithm for convex optimization*, SIAM J. Control Opt., **29**(1991), pp. 403-419.
- [4] Peypouquet, J. *Convex optimization in normed spaces: theory, methods and examples*. Springer, 2015.



## Gradient flows and determination of convexity

*Aris Daniilidis\**

*Department of Mathematical Engineering*

*University of Chile*

*Santiago, Chile*

### Resumen

We disclose an interesting connection between the gradient flow of a  $\mathcal{C}^2$ -smooth function  $\psi$  and strongly evanescent orbits of the second order gradient system defined by the square-norm of  $\nabla\psi$ , under an adequate convexity assumption. As a consequence, we obtain the following surprising result for two  $\mathcal{C}^2$ , convex and bounded from below functions  $\psi_1, \psi_2$  (see [1]): if  $\|\nabla\psi_1\| = \|\nabla\psi_2\|$ , then  $\psi_1 = \psi_2 + k$ , for some  $k \in \mathbb{R}$ .

Joint work with:

**Tahar Z. Boulmezaoud**<sup>1</sup>, Laboratoire de Mathématiques de Versailles, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines - Université Paris-Saclay

**Philippe Cieutat**<sup>2</sup>, Laboratoire de Mathématiques de Versailles, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines - Université Paris-Saclay

## Referencias

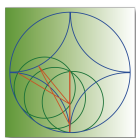
- [1] BOULMEZAOU, T, CIEUTAT, P., DANIILIDIS, A., *Gradient flows, second order gradient systems and convexity*, SIAM J. Optim. (to appear)

---

\*Partially supported by FONDECYT 1171854 and BASAL AFB170001, e-mail: arisd@dim.uchile.cl

<sup>1</sup>e-mail: tahar.boulmezaoud@uvsq.fr

<sup>2</sup>philippe.cieutat@uvsq.fr



# Extended Euler-Lagrange and Hamiltonian Conditions in Optimal Control of Sweeping Processes with Controlled Moving Sets

*Nguyen Dinh Hoang\**

*Departamento de Ingeniería Matemática*

*Universidad de Concepción*

*Concepción, Chile*

## Resumen

This paper concerns optimal control problems for a class of sweeping processes governed by discontinuous unbounded differential inclusions that are described via normal cone mappings to controlled moving sets. Largely motivated by applications to hysteresis, we consider a general setting where moving sets are given as inverse images of closed subsets of finite-dimensional spaces under nonlinear differentiable mappings dependent on both state and control variables. Developing the method of discrete approximations and employing generalized differential tools of first-order and second-order variational analysis allow us to derive nondegenerated necessary optimality conditions for such problems in extended Euler-Lagrange and Hamiltonian forms involving the Hamiltonian maximization. The latter conditions of the Pontryagin Maximum Principle type are the first in the literature for optimal control of sweeping processes with control-dependent moving sets.

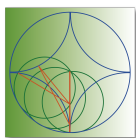
Joint work with:

**Boris Mordukhovich**<sup>1</sup>, Department of Mathematics, Wayne State University, Detroit, Michigan, USA.

---

\*E-mail: [hnguyen@ing-mat.udec.cl](mailto:hnguyen@ing-mat.udec.cl)

<sup>1</sup>E-mail: [boris@math.wayne.edu](mailto:boris@math.wayne.edu)



# Self-dual approximations to fully convex impulsive systems

*Cristopher Hermosilla\**

*Departamento de Matemática,*

*Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile*

## Resumen

Fully convex optimal control problems contain a Lagrangian that is jointly convex in the state and velocity variables. Problems of this kind have been widely investigated by Rockafellar and collaborators if the Lagrangian is coercive and without state constraints. A lack of coercivity implies the dual has nontrivial state constraints, and vice versa (that is, they are dual concepts in convex analysis). We consider a framework using Goebel's self-dualizing technique that approximates both the primal and dual problem simultaneously and maintains the duality relationship. Previous results are applicable to the approximations, and we investigate the limiting behavior as the approximations approach the original problem. A specific example is worked out in detail and some extensions are presented.

Joint work with:

**Peter Wolenski**<sup>1</sup>, Department of Mathematics, Louisiana State University, Baton Rouge, USA.

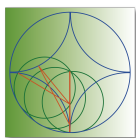
## Referencias

- [1] HERMOSILLA, CRISTOPHER; WOLENSKI, PETER, *Self-dual approximations to fully convex impulsive systems*, Proceedings of the 55th IEEE Conference on Decision and Control, (2016). 6198-6203.
- [2] HERMOSILLA, CRISTOPHER; WOLENSKI, PETER, *Constrained and impulsive Linear Quadratic control problems*, Proceedings of the 20th World Congress of the International Federation of Automatic Control, **50(1)**, (2017). 1637-1642.

---

\*Supported by CONICYT through FONDECYT grant number 3170485., e-mail: [cristopher.hermosilla@usm.cl](mailto:cristopher.hermosilla@usm.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [pwolens@lsu.edu](mailto:pwolens@lsu.edu)



# Unbounded State Dependent Sweeping Processes with Perturbation in Uniformly Convex and $q$ -Uniformly Smooth Banach Spaces

*Ba Khiet Le\**  
*Universidad de O'Higgins*  
*Rancagua, Chile*

## Resumen

In this paper, the existence of solutions for a class of first and second order unbounded state-dependent sweeping processes with perturbation in uniformly convex and  $q$ -uniformly smooth Banach spaces are analyzed by using a discretization method. The sweeping process is a particular differential inclusion with a normal cone to a moving set and is of a great interest in many concrete applications. The boundedness of the moving set, which plays a crucial role for the existence of solutions in many works in the literature, is not necessary in the present paper. The compactness assumption on the moving set is also improved.

Joint work with:

**Samir Adly**<sup>1</sup>, Universit Limoges, France.

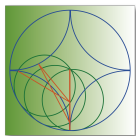
## Referencias

- [1] S. ADLY, B. K. LE, *Unbounded second order state-dependent Moreau's sweeping processes in Hilbert spaces*, . Optim. Theory Appl., **169**, (2016), 407–423.
- [2] Y. ALBER *Generalized projection operators in banach spaces: properties and applications* Funct. Different. Equations, **1** (1994), 1–21.
- [3] M. BOUNKHEL AND C. CASTAING *State dependent sweeping process in  $p$ -uniformly smooth and  $q$ -uniformly convex Banach spaces* Set-Valued Var. Anal., **20** (2012), 187–201.

---

\*Partially supported by Fondecyt Postdoc Project 3150332, e-mail: lebakhiet@gmail.com

<sup>1</sup>E-mail: samir.adly@unilim.fr



# An interior algorithm for nonlinear conic programs: Application to classification problems

*Julio López\**

*Instituto de Ciencias Básicas*

*Universidad Diego Portales*

*Santiago, Chile*

## Resumen

We present a new feasible direction algorithm for solving smooth nonlinear second-order cone programming problems. Given an interior point to the feasible set defined by the conic constraints, the proposed approach computes a feasible and descent direction, for the objective function, by solving two linear systems which result of applying the Newton method to the Karush-Kuhn-Tucker conditions of the nonlinear conic problem. Then, a line search along the search direction finds a new feasible point that has a lower value of the objective function. Repeating this process, the algorithm generates a feasible sequence with monotone decreasing values of the objective function. Under mild assumptions, we prove the global convergence of the algorithm. Numerical results are presented. Finally, we present new support vector classification formulations and then, we apply our approach for solving these models.

Joint work with:

**Miguel Carrasco**<sup>1</sup>, Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad de los Andes, Santiago, Chile.

**Alfredo Canelas**<sup>2</sup>, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Montevideo, Uruguay.

## Referencias

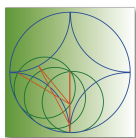
- [1] F. ALIZADEH AND D. GOLDFARB, *Second-order cone programming*, Math. Program. **95** (2003): 3-51.
- [2] A. CANELAS, M. CARRASCO AND J. LÓPEZ, *A feasible direction algorithm for nonlinear second-order cone programs*, submitted, 2017.
- [3] S. MALDONADO, J. LÓPEZ AND M. CARRASCO, *A second-order cone programming formulation for Twin Support Vector Machines*, Applied Intelligence, **45**(2016): 265-276.
- [4] S. MALDONADO AND J. LÓPEZ, *Alternative second-order cone programming formulations for support vector classification*, Information Sciences, **268** (2014): 328-341.

---

\*Partially supported by Fondecyt Regular Nro. 1160894, e-mail: julio.lopez@udp.cl

<sup>1</sup>E-mail: micarrasco@uandes.cl

<sup>2</sup>Partially supported by Uruguayan Councils ANII and CSIC, e-mail: acanelas@fing.edu.uy



# Convergence notions for interval functions and their applications to interval optimization problems

**Rubén López\***

*Departamento de Matemática*

*Universidad de Tarapacá*

*Arica, Chile*

## Resumen

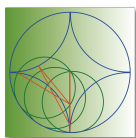
We employ the variational convergence notion for vector functions defined in [2] and studied further in [3] to study the stability of interval optimization problems. We focus on set-type solutions of these problems that are defined by means of the Kulisch-Miranker order between intervals (see [1]). We describe the behavior under perturbations of the solution, level and colevel sets. We show that the coercivity and coercive existence conditions for these problems obtained in [1] are preserved locally within certain classes of functions. We compare the variational convergence with other convergence notions.

## Referencias

- [1] AGUIRRE-CIPE, IVÁN; LÓPEZ, RUBÉN; MALLEA-ZEPEDA, EXEQUIEL; VÁSQUEZ, LAUTARO, *A study of interval optimization problems*, Submitted for publication, (2018).
- [2] L, RUBÉN; VERA, CRISTIAN, *On the set of weakly efficient minimizers for convex multiobjective programming*, Oper. Res. Lett., Vol. **36**, (2008). 651-655.
- [3] L R., *Variational convergence for vector valued-functions and its applications to convex multi-objective optimization*, Math. Meth. Oper. Res., Vol. **78**, (2013). 1-34.

---

\*Partially supported by project Fondecyt Regular 1181368 and by Ministerio de Economía y Competitividad-Spain under project MTM2015-68103-P, e-mail: [rlopezm@academicos.uta.cl](mailto:rlopezm@academicos.uta.cl)



# Subdifferential characterization of probability functions under Gaussian distribution

**Pedro Pérez-Aros\***

*Institute of Engineering Sciences*

*University of O'higgins*

*Rancagua, Chile*

## Resumen

This work provides formulae for the subdifferential of the probability function

$$\varphi(x) = \mathbb{P}(g(x, \xi) \leq 0),$$

where  $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$  is a probability space,  $\xi$  is an  $m$ -dimensional gaussian random vector,  $g : X \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  is locally Lipschitz and convex in the second variable and  $X$  is a separable reflexive Banach space. Applications for this class of functions can be found in water management, telecommunications, electricity network expansion, mineral blending, chemical engineering, etc, where the constraint  $\mathbb{P}(g(x, \xi) \leq 0) \geq p$  expresses that a decision vector  $x$  is feasible if and only if the random inequality  $g(x, \xi) \leq 0$  is satisfied with probability at least  $p$ . In [1, 2] the authors have provided criteria for the differentiability and Lipschitz continuity of the function  $\varphi$  together with formulas for the gradient and subgradients under the hypotheses that  $X$  is finite dimensional,  $g$  is the maximum of a finite number of continuously differentiable functions  $g_j$  and using some growth condition for the gradient  $\nabla_x g(x, z)$  in a neighborhood of the point of interest  $\bar{x}$ , or assuming that the set  $\{z \in \mathbb{R}^m : g(\bar{x}, z) \leq 0\}$  is bounded. The aim of this work is to extend the previous results to infinite dimensional spaces  $X$ , using a weaker growth condition and assuming local Lipschitz continuity of  $g$  only, even when the probabilistic function  $\varphi$  could be non-Lipschitz.

Joint work with:

**Rene Henrion**<sup>1</sup>, Weierstrass Institute, Germany, Berlin.

**Abderrahim Hantoute**<sup>2</sup>, Center for Mathematical Modeling, University of Chile, Santiago, Chile.

## Referencias

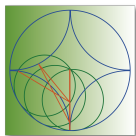
- [1] W. van Ackooij and R. Henrion . Gradient formulae for nonlinear probabilistic constraints with Gaussian and Gaussian-like distributions. *SIAM J. Optim.*, 24 (2014), no. 4, 1864-1889.
- [2] W. van Ackooij and R. Henrion . (Sub-) gradient formulae for probability functions of random inequality systems under Gaussian distribution. *SIAM/ASA J. Uncertain. Quantif.*, 5 (2017), no. 1, 63-87.

---

<sup>\*</sup>, e-mail: [pedro.perez@uoh.cl](mailto:pedro.perez@uoh.cl)

<sup>1</sup>e-mail: [henrion@wias-berlin.de](mailto:henrion@wias-berlin.de)

<sup>2</sup>e-mail: [ahantoute@dim.uchile.cl](mailto:ahantoute@dim.uchile.cl)



# Inertial proximal algorithms for maximally monotone operators

**Juan Peypouquet\***

*Departamento de Ingeniería Matemática*

*Centro de Modelamiento Matemático*

*Universidad de Chile*

*Santiago, Chile*

## Resumen

We present a Regularized Inertial Proximal Algorithm to solve convex optimization problems and variational inequalities. It is obtained by means of a convenient finite-difference discretization of a second-order differential equation with vanishing damping, governed by the Yosida regularization of a maximally monotone operator with time-varying index. These systems are the counterpart to accelerated forward-backward algorithms in the context of maximally monotone operators. A simple example illustrates the behavior of these systems compared with some of their close relatives.

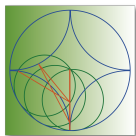
Joint work with:

**Hedy Attouch<sup>1</sup>**, Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck, UMR 5149 CNRS, Université Montpellier, place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5, France.

---

\*Partially supported by Fondecyt Grant 1140829, Millenium Nucleus ICM/FIC RC130003 and Basal Project CMM Universidad de Chile, e-mail: [jpeypou@dim.uchile.cl](mailto:jpeypou@dim.uchile.cl)

<sup>1</sup>Effort sponsored by the Air Force Office of Scientific Research, Air Force Material Command, USAF, under grant number F49550-1 5-1-0500, e-mail: [hedy.attouch@univ-montp2.fr](mailto:hedy.attouch@univ-montp2.fr)



# Stability Analysis for Parameterized Conic Programs

*Héctor Ramírez\**

*Departamento Ingeniería Matemática &  
Centro de Modelamiento Matemático (UMI 2807 CNRS)  
Universidad de Chile  
Santiago, Chile*

## Resumen

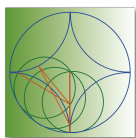
In this talk we first visit several results characterizing well-known stability properties (such as Aubin property, isolated calmness, etc.) for critical maps of parameterized conic programs. These characterizations are typically carried out via the computation of second order generalized derivatives, and we need the constraint set is defined over a convex cone satisfying a reducibility assumption and is (strongly) qualified. Then, we present an ongoing work, which aim is to prove/extend those results under weaker qualification constraints conditions, establishing some connections between second order derivatives and well-known conic tools, such as the sigma term. Our approach covers seminal examples such as (nonlinear) SDP and SOCP.

## Referencias

- [1] J. OUTRATA AND H. RAMZ C. *On the Aubin property of critical points to perturbed second order cone programs*. SIAM J. Optim., Vol. 21, pp. 798 – 823, 2011.
- [2] B. MORDUKHOVICH, J. OUTRATA AND H. RAMZ C. *Second-order variational analysis in conic programming with applications to optimality and stability*. SIAM J. Optim., Vol. 25 (1), pp. 76 – 101, 2015.
- [3] B. MORDUKHOVICH, J. OUTRATA AND H. RAMZ C. *On the graphical derivative of solution maps to parameterized equilibria with conic constraints*. Set-Valued and Variational Analysis, pp. 1 – 18, 2015.

---

\*supported by Basal Program CMM-AFB 170001 and Fondecyt 1160204 (both from CONICYT), e-mail: hramirez@dim.uchile.cl



# Boundary of maximal monotone operators values

*Bao Tran Nguyen\**

*Universidad de O'Higgins, Rancagua, Chile*

## Resumen

We characterize in Hilbert spaces the boundary of the values of maximal monotone operators, by means only of the values at nearby points, which are close enough to the reference point but distinct of it. This allows to write the values of such operators using finite convex combinations of the values at at most two nearby points. We also provide similar characterizations for the normal cone to prox-regular sets.

Joint work with:

**Abderrahim Hantoute**<sup>1</sup>, CMM, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

## Referencias

- [1] M. J. CÁNOVAS, A. HANTOUTE, J. PARRA, F. J. TOLEDO, *Boundary of subdifferentials and calmness moduli in linear semi-infinite optimization*, Optim. Lett. 9 (2015), no. 3, 513-521
- [2] L. THIBAUT, D. ZAGRODNY, *Integration of Subdifferentials of Lower Semicontinuous Functions on Banach Space*, J. Math. Anal. Appl. 189 (1995), 33-58
- [3] R. T. ROCKAFELLAR, *Convex analysis*. Princeton University Press, Princeton, N.J., 1970

---

\*Partially supported by Conicyt-Pcha/Doctorado Nacional/2014- 63140104, e-mail: [nguyenbaotran31@gmail.com](mailto:nguyenbaotran31@gmail.com)

<sup>1</sup>Partially supported by Mathamsud 17-Math-06, and Conicyt-Redes no. 150040, e-mail: [ahantoute@dim.uchile.cl](mailto:ahantoute@dim.uchile.cl)