UNA NOTA SOBRE VARIEDADES DE PRYM-TJURIN

ANGEL CAROCCA AND RUBÍ E. RODRÍGUEZ

Considere W una superficie de Riemann compacta. Una correspondencia en W es por definición un divisor D sobre el producto $W \times W$. Cualquier correspondencia D induce un endomorfismo $\mathcal{D}_D$ en el Jacobiano $\mathbf{J}W$ de W. Recíprocamente, para todo endomorfismo $\mathcal{D}$ de $\mathbf{J}W$ existe una correspondencia D tal que $\mathcal{D} = \mathcal{D}_D$. Para la mayoría de correspondencias D que se encuentran en la literatura, se tiene que $\mathcal{D}$ es un múltiplo de $I_{\mathbf{J}W}$.

En [4] A. Tjurin inicia la investigación de correspondencias D simétricas, efectivas y sin puntos fijos sobre W tales que $\mathcal{D}$ satisface una ecuación de la forma

$$(\mathcal{D} - 1)(\mathcal{D} + q - 1) = 0 \tag{1}$$

Para estas correspondencias se tiene que $\mathbf{P} = \mathrm{Im}(\mathcal{D} - I_{\mathbf{J}W})$ es una variedad de *Prym-Tjurin* de exponente q, con la propiedad que la restricción de la polarización canónica de $\mathbf{J}W$ a $\mathbf{P}$ es q-veces una polarización principal de $\mathbf{P}$.

Por ejemplo, Jacobianos son variedades de Prym-Tjurin de exponente 1 y variedades de Prym (clásicas) asociadas a cubrimientos dobles son variedades de Prym-Tjurin de exponente 2.

En [2] V. Kanev construye correspondencias D simétricas, efectivas, sin puntos fijos asociadas a representaciones absolutamente irreducibles de grupos finitos (por ejemplo para grupos de Weyl), para las cuales el endomorfismo asociado $\mathcal{D}$ satisface la ecuación cuadrática (1) para algún q.

En [3] J. Mérindol interpreta las correspondencias de Kanev en términos de proyectores (naturales) asociados al grupo y la representación absolutamente irreducible considerada.

En forma resumida, sea V una representación absolutamente irreducible del grupo G, sea $\lambda \in V$ (genérico) y $<,>$ una forma (racional) simétrica G-invariante negativa definida en V.

Escribamos

$$k_\lambda = [- < \lambda, \lambda > -1] \sum_{g \in G} g + \sum_{g \in G} < \lambda, g\lambda > g$$
$$= -I + \sum_{g \in G-\{1\}} (< \lambda, g\lambda - \lambda > -1) g$$

Se puede probar que los coeficientes

$$< \lambda, g\lambda - \lambda > -1 \geq 0$$

y que k_λ satisface la ecuación (1) con $q = -\dfrac{|G| < \lambda, \lambda >}{n}$, donde n es el grado de V.

De esta forma la correspondencia de Kanev es

$$\sum_{g \in G-\{1\}} (< \lambda, g\lambda - \lambda > -1) g$$

En [1] Carocca y Rodríguez dan una construcción general para proyectores racionales para cualquier representación compleja irreducible de un grupo finito. Usando esta construcción, en esta nota extenderemos los resultados de Mérindol-Kanev.

Referencias

[1] A. Carocca and R. E. Rodríguez, *Jacobians with group actions and rational idempotents*, submitted, Archiv.Math. AG/0305328

[2] Kanev, V., *Spectral curves and Prym-Tjurin varieties I.* Proc. of the Egloffstein conf. 1993, de Gruyter, 151 - 198, 1995.

[3] Mérindol, J., *Variétés de Prym d'un revêtement galoisien*, J. reine angew. Math. 461, 49 - 61, 1995.

[4] Tjurin,A., *Five lectures on three-dimensional varieties.* Russian Math. Surv. 27, 1-53 1972.

Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile, Casilla 306, Correo 22, Santiago, Chile
E-mail address: acarocca@mat.puc.cl

Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile, Casilla 306, Correo 22, Santiago, Chile
E-mail address: rubi@mat.puc.cl