CORRESPONDENCIA DE KANEV, ACCIONES DE GRUPOS Y VARIEDADES DE PRYM-TYURIN.

ANITA ROJAS

1. Introducción

Es sabido que encontrar variedades de Prym-Tyurin de exponente pequeño, respecto a su dimensión, no es un trabajo fácil [5].

Kanev [2] construyó familias de ellas, considerando grupos de Weyl. Estos tienen la particularidad que todas sus representaciones racionales son absolutamente irreductibles (i.e. irreductibles sobre $\mathbb{C}$). El procedimiento seguido allí es considerar cubrientes cuyo grupo de monodromía es el correspondiente grupo de Weyl.

Nosotros seguimos una aproximación sutilmente diferente: consideramos superficies de Riemann con la acción de un grupo (finito) G, a partir de ese contexto encontramos una variedad de Prym-Tyurin como subvariedad de la Jacobiana de algún cuociente intermedio. La ventaja de este punto de vista es que se puede aplicar el conocimiento adquirido en acciones de grupos y descomposiciones de Jacobianos con acción de grupo [1], [3], [4], [6], [7].

Desarrollamos un método que nos permite a partir de un grupo construir una correspondencia al estilo de Kanev. El problema es que no siempre quedará libre de puntos fijos, condición clave para que la resultante subvariedad por ella definida sea de Prym-Tyurin. Este procedimiento aplicado a los grupos de Weyl, entrega las mismas familias encontradas por Kanev.

Esta comunicación tiene por objetivo presentar el método para encontrar correspondencias del estilo de las de Kanev usando teoría de Galois. Esto tiene por consecuencia la construcción de variedades de Prym-Tyurin en el caso en que la correspondencia es libre de puntos fijos [2]. Lo aplicamos a los grupos de Weyl, obteniendo un poco más de información que la obtenida en [2]. Además, construimos familias de variedades de Prym-Tyurin considerando la acción del grupo alternante A_5, el cuál no es de Weyl y además no tiene sus representaciones racionales absolutamente irreductibles.

Parcialmente financiado por Fondecyt 3040066.

2. Generalidades

Las siguientes son definiciones clásicas y que ya presentamos en la versión anterior de este encuentro.

Una variedad abeliana principalmente polarizada (P, Σ) se llama de Prym-Tyurin (respecto de una curva C) si existe una curva (proyectiva, lisa e irreducible) C tal que P se inyecta como una subvariedad abeliana de la Jacobiana (JC, Θ) de C, $i : P \to JC$, de tal forma que $i^*(\Theta) = q\Sigma$. $q \in \mathbb{N}$ se llama el exponente de P.

Dada una curva C, una correspondencia es un elemento $\mathcal{K} \in \mathrm{Div}(C \times C)$. Éste define un endomorfismo de JC, que denotaremos de la misma manera. Dado en términos de $x \in C$, $\mathcal{K}(x) := p_{2*}(p_1^*(x) \cap \mathcal{K}) \in \mathrm{Div}^d(C)$, donde p_1 y p_2 son las proyecciones en la primera y segunda coordenadas. El endomorfismo $\mathcal{K}$ en la Jacobiana está dado por la extensión de lo anterior a $JC = \mathrm{Div}^0(C)/\,\mathrm{Ppal}(C)$. $\mathcal{K}$ se dice simétrico si $\mathcal{K}^t(x) := p_{1*}(p_2^*(x) \cap \mathcal{K})$ es igual a $\mathcal{K}(x)$ y libre de puntos fijos si $\mathcal{K} \cap \Delta = \emptyset$, con Δ la diagonal en $\mathrm{Div}(C \times C)$.

El criterio de Kanev [2] se puede resumir en que si $\mathcal{K}$ es una correspondencia en C efectiva, simétrica, sin puntos fijos y que satisface que $\mathcal{K}^2 + (q-2)\mathcal{K} - (q-1)$ es linealmente equivalente a 0. Entonces la subvariedad P de JC determinada por la imagen de $1 - \gamma_{\mathcal{K}}$, es una variedad de Prym-Tyurin con respecto a C y de exponente q.

Referencias

1. Carocca, A. and Rodríguez, R., Jacobians with group actions and rational idempotents. *Institute for Mathematical Sciences, SUNY StonyBrook, Preprint 2003/01* (2003). ArXiv.Math. AG/0305328.
2. Kanev, V., Spectral curves and Prym-Tjurin varieties I. *Abelian varieties, Egloffstein, de Gruyter,* **151–198**. Berlin, (1995).
3. Ksir, A., Dimensions of Prym Varieties. *Int. J. Math. Math. Sci.* **26** (2001), No. 2, 107 - 116.
4. Lange, H. and Recillas, S., Abelian Varieties with group action. *J. Reine Angew. Math.* **575** (2004), 135 - 155.
5. Lange, H.; Recillas, S.; Rojas, A. M. A family of Prym-Tyurin varieties of exponent 3. *J. Algebra* **289** (2005), no. 2, 594 - 613
6. Rojas, A. M. *Group actions on Jacobian varieties* Revista Matemática Iberoamericana, 2006 *(por aparecer).*
7. Sánchez-Argáez, A., Acciones de A_5 en Jacobianas de curvas. *Aportaciones Matemáticas, Com.* **25** (1999), 99 - 108.

Departamento de Matemáticas, Fac. de Ciencias, Universidad de Chile

E-mail address: `anirojas@uchile.cl`