

1. Matemáticas Discretas

Coordinador:

- Christopher Thraves, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción. Concepción.

Índice

1. Matemáticas Discretas	1
Diseño y análisis de algoritmos para encaminamiento en redes de comunicación con fallos.	2
<i>Jorge Ávila</i>	
Signed Graph Embedding on the Circumference.	4
<i>Felipe Benítez</i>	
Operador bloque-secuencial en redes Booleanas.	6
<i>Luis Cabrera</i>	
Maximum number of clique-free colorings in graphs.	7
<i>Hiep Han</i>	
Juegos de prioridad estocásticos simultáneos.	8
<i>Bruno Karelović</i>	
Árbol generador de costo mínimo con incertidumbre.	9
<i>Arturo Merino</i>	
Chromatic numbers of exact distance graphs.	10
<i>Daniel A. Quiroz</i>	
El factor de aproximación del algoritmo de doble-árbol con técnicas de atajos para el problema del vendedor viajero.	11
<i>Manuel Rogers</i>	
Fixing Boolean networks asynchronously.	12
<i>Lilian Salinas</i>	
On transitive Turing machine dynamical system classification.	13
<i>Rodrigo Torres</i>	



XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



Diseño y análisis de algoritmos para encaminamiento en redes de comunicación con fallos

Jorge Ávila

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

En este trabajo estudiamos el problema de encaminamiento en redes de comunicación utilizando el modelo de *Aprendizaje y Predicción con Ayuda de Expertos* [5], incorporando el supuesto de que los caminos presentes puedan fallar. Para esta finalidad, introducimos una nueva noción a la cual denominamos *ambientes*, que nos permite modelar la aparición de los fallos en los caminos (llamados también expertos). Modelamos la aparición de fallos en tres perspectivas: probabilista, asumiendo que cada experto falla a una cierta tasa [3]; markoviana, donde los fallos de cada experto siguen una cadena de Markov de dos estados (fallo y no fallo) [2]; y adversarial, donde son determinados por un adversario [5],[6]. Estudiamos qué ocurre con los predictores (cuálquiera sea) cuando actúan bajo estos supuestos de fallo. En particular, mostramos cotas para el valor esperado de fallos de predictores que actúan bajo los ambientes probabilista y markoviano, además de mostrar, en casos específicos donde las probabilidades de fallo se mantienen constantes en el tiempo para cada experto, que el valor esperado de fallos se obtiene explícitamente y es independiente del predictor considerado.

En una siguiente etapa, estudiamos los predictores PUNIF y FTPL [4], y mostramos cotas para los valores esperados de fallo en los distintos ambientes, para luego dar paso a nuevos predictores definidos por nosotros, MFTPL probabilista y MFTPL markoviano, que corresponden a una generalización del predictor FTPL, pero que buscan utilizar la información de la aparición de los fallos bajo un ambiente probabilista y markoviano, respectivamente.

Sometemos a todos los predictores estudiados a simulaciones numéricas bajo ambientes adversarial, probabilista y markoviano, además de datos reales facilitados por el proyecto PANACEA. En estos experimentos se evidencia que el mejor predictor es MFTPL markoviano, quien generaliza el comportamiento de MFTPL probabilista en todos los ambientes, y por supuesto, a FTPL.

Nuestro trabajo concluye con la presentación de un algoritmo que filtra la aparición de fallos de cada experto, y que está basado en los ambientes. Esto genera una mejora sustancial en la performance del predictor FTPL cuando se somete a escenarios con alta presencia de fallos, y en caso contrario, mantiene lo que hace FTPL originalmente.

Trabajo realizado en conjunto con:

Christopher Thraves, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Sebastián Niklitschek, Departamento de Estadística, Universidad de Concepción, Concepción, País.

Referencias

- [1] CESA-BIANCHI, NICOLO, AND GÁBOR LUGOSI. *Prediction, learning, and games*. Cambridge university press, 2006.

- [2] TEKIN, CEM; LIU, MINGYAN. *Online algorithms for the multi-armed bandit problem with markovian rewards*. En Communication, Control, and Computing (Allerton), 2010 48th Annual Allerton Conference on. IEEE, 2010. p. 1675-1682.
- [3] ANANTHARAM, VENKATACHALAM; VARAIYA, PRAVIN; WALRAND, JEAN. *Asymptotically efficient allocation rules for the multiarmed bandit problem with multiple plays-Part I: IID rewards*. IEEE Transactions on Automatic Control, 1987, vol. 32, no 11, p. 968-976.
- [4] KALAI, ADAM; VEMPALA, SANTOSH. *Efficient algorithms for online decision problems*. Journal of Computer and System Sciences, 2005, vol. 71, no 3, p. 291-307.
- [5] CESA-BIANCHI, NICOLO; LUGOSI, GABOR. *Combinatorial bandits*. Journal of Computer and System Sciences, 2012, vol. 78, no 5, p. 1404-1422.
- [6] GYORGY, ANDRÁS; LINDER, TAMÁS; OTTUCSÁK, GYORGY. THE SHORTEST PATH PROBLEM UNDER PARTIAL MONITORING. En International Conference on Computational Learning Theory. Springer, Berlin, Heidelberg, 2006. p. 468-482.



XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



Signed Graph Embedding on the Circumference

*Felipe Ignacio Benítez Ulloa**

Mathematical Engineer Department

University of Concepcion

Concepcion, Chile

Resumen

A signed graph is a mathematical structure composed by a graph $G = (V, E)$ and a sign assignment on its edges $s : E \rightarrow \{+1, -1\}$. Signed graphs are useful to represent binary relation models. These are models in which the relationship between two entities can be described as a positive or a negative relation, for example friendship and enmity, or any kind of two-type relation where both relations are opposite to each other. An example of the usefulness of signed graphs are social networks, where positive edges represent friendship between two people and negative edges represent enmity between two people. A natural assumption on social behaviors is that everyone wants to be closer to their friend rather than their enemies. We will call this assumption the *closeness condition*. Our work represents that idea and it is defined as a signed graph embedded on a metric space in which every vertex is closer to its positive relations than its negative relations. That is, a signed graph embedding under the closeness condition.

There has been studies on this problem in where they respond the following question: Which signed graphs can be embedded on \mathbb{R} under the closeness condition? In [?] it is shown that decide when a given graph can be embedded or not on \mathbb{R} under the closeness condition is an NP-complete problem. Moreover, in [3] they give a characterization for all the complete signed graphs (i.e. complete graphs with signs) that can be embedded on \mathbb{R} under the closeness condition. Even more, they give an algorithm to find such embedding.

In my thesis work [1] we move along this way but this time the metric space is the circumference \mathcal{C} , in which the distance between two points in $p_1, p_2 \in \mathcal{C}$ is given by the measure of the minor angle defined by those two points:

$$dc(p_1, p_2) := \min\{\angle_{p_1 p_2}, \angle_{p_2 p_1}\}, \forall p_1, p_2 \in \mathcal{C}.$$

Therefore, the main problem is: *Given a signed graph $G = (V, E^+ \cup E^-)$, Can $G = (V, E^+ \cup E^-)$ be embedded on \mathcal{C} under the closeness condition?* The results of this work are summarized in

A1: We found a characterization for complete signed graphs for which exists such embedding on the circumference and we give an algorithm to find such embedding.

A2: We give forbidden graphs pattern to the main problem. These patterns did not require the graph to be complete.

Joint work with:

Christopher Thraves Caro¹, Mathematical Engineer Department, University of Concepcion, Concepcion, Chile.

Julio Aracena Lucero², Mathematical Engineer Department, University of Concepcion, Concepcion, Chile.

*Partially supported by Fondecyt 1151265, e-mail: felipebenitez@udec.cl

¹Partially supported by XXX, e-mail: cthraves@ing-mat.udec.cl

²Partially supported by Fondecyt 1151265, e-mail: jaracena@ing-mat.udec.cl

Referencias

- [1] FELIPE BENÍTEZ ULLOA, *Incrustación de Grafos con Signos en la Circunferencia*, <https://www.icm.udc.cl/userfiles/file/tesis/TesisFelipeBenitez.pdf>, Tesis de grado, Universidad de Concepción, 2017.
- [2] M. CYGAN AND M. PILIPCZUK AND M. PILIPCZUK AND J. O. WOJTASZCZYK, *Sitting closer to friends than enemies, revisited*, arXiv:1201.1869v1, 2011.
- [3] A.-M. KERMARREC AND C. THRAVES, *Can Everybody Sit Closer to Their Friends Than Their Enemies?*, Proceedings of the 36th International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS), pages 388-399, 2011.



XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



Operador bloque-secuencial en redes Booleanas

Luis Cabrera Crot*

Departamento de Ingeniería en Informática y Ciencias de la Computación

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

Una red Booleana es un sistema donde interactúan n variables Booleanas, las cuales evolucionan, en tiempo discreto, de acuerdo a una regla de regulación y a un esquema de actualización predefinido.

La relación entre la estructura de una red regulatoria y su comportamiento dinámico es crucial para entender, por ejemplo, como han evolucionado algunas redes biológicas. Más aún, esta relación puede ser usada para construir redes Booleanas con propiedades dinámicas deseables.

En el esquema original de una red Booleana todos los nodos son actualizados en forma síncrona a través del tiempo (esquema paralelo). Un esquema más general introducido en [1], considera que el conjunto de nodos de la red es dividido en bloques y que los nodos en un mismo bloque son actualizados simultáneamente. Diferencias en los comportamientos dinámicos de redes Booleanas con diferentes esquemas de actualización han sido estudiado principalmente desde un punto de vista experimental y estadístico [2, 3, 4].

Un enfoque distinto, desarrollado en esta tesis, consiste en estudiar el comportamiento dinámico de una red actualizada bajo un esquema bloque-secuencial mediante el análisis de una red equivalente actualizada por un esquema paralelo.

En esta presentación, se muestran resultados acerca del estudio de las variaciones en la estructura del grafo de interacción de una red Booleana con respecto a los cambios en el esquema de actualización y su relación con alguna propiedades dinámicas de la red.

Trabajo de tesis doctoral supervisado por:

Lilian Salinas Ayala¹, Departamento de Ingeniería en Informática y Ciencias de la Computación, Universidad de Concepción, Concepción, Chile

Julio Aracena Lucero², Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile

Referencias

- [1] FRANÇOIS ROBERT, *Discrete iterations: a metric study*, volume 6 of Series in Computational Mathematics. Springer (1986).
- [2] JULIO ARACENA, ERIC GOLES, ANDRÉS MOREIRA, & LILIAN SALINAS, *On the robustness of update schedules in Boolean networks*, Biosystems, 97(1):1-8 (2009).
- [3] ERIC GOLES & LILIAN SALINAS, *Comparison between parallel and serial dynamics of Boolean networks*, Theoretical Computer Science, 396(1-3), 247-253 (2008).
- [4] JULIO ARACENA, JACQUES DEMONGEOT, ERIC FANCHON & MARCO MONTALVA *On the number of different dynamics in boolean networks with deterministic update schedules*, Mathematical biosciences, 242(2), 188-194 (2013).

*Financiado por CONICYT-PCHA/Doctorado Nacional/2016-21160885, e-mail: luiscabrera@udec.cl

¹Parcialmente financiado por proyecto FONDECYT 1151265, e-mail: lilisalinas@udec.cl

²Parcialmente financiado por proyecto FONDECYT 1151265, e-mail: jaracena@ing-mat.udec.cl



XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



Maximum number of clique-free colorings in graphs

Hiep Han*

Department of Mathematics and Computer Science
University of Santiago, Chile

Resumen

A coloring of the edges of a graph G with r colors is called a K_k -free r -coloring if it induces no monochromatic copy of K_k , the clique on k vertices. For given $r \in \{2, 3\}$ and $k \geq 3$ Alon, Balogh, Keevash and Sudakov showed that among all graphs on n vertices the balanced $(k-1)$ -partite graph and only this graph admits the maximum number of distinct K_k -free r -colorings, provided $n > n_0(k)$ is sufficiently large. For $r = 2$ and $k = 3$ this was conjectured by Erdős and Rothschild and confirmed by Yuster previously.

The bound on $n_0(k)$ obtained by Alon et al. is of tower-type with height exponential in k and the authors also observed that $n_0(k)$ must be at least exponential in k for the result to hold. In our work we essentially closes this gap between the upper and the lower bound. Answering the question posed by Alon et al. we show that the lower bound is of correct order and that it suffices to choose $n_0(k) = \exp(Ck^4)$ for some absolute constant C .

Joint work with:

Andrea Jiménez¹, CIMFAV, Facultad de Ingeniería, Universidad de Valparaíso.

*Partially supported by FONDECYT Iniciación grant 11150913, e-mail: hiep.han@usach.cl

¹Partially supported by FONDECYT Iniciación grant 11170931, e-mail: andrea.jimenez@uv.cl



XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



Juegos de prioridad estocásticos simultáneos

Bruno Karelović

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

Esta charla se centra en una clase especial de los juegos estocásticos de dos jugadores de suma cero, que llamamos juegos de prioridad.

Los juegos de dos jugadores de suma cero pueden modelar interacciones a largo plazo entre dos jugadores que tienen objetivos opuestos.

En este modelo, dos jugadores van moviendo una ficha de un estado a otro, por medio de acciones que determinan el estado siguiente de forma estocástica. Ambos jugadores juegan infinitamente. El ganador de este juego es determinado según alguna propiedad del conjunto de estados visitados infinitas veces. Si el ganador se determina según la paridad del mayor estado infinitamente visitado, el juego se denomina *juego de paridad*.

Los juegos de paridad generalizan otros juegos de duración infinita, como los juegos de accesibilidad. Además, su interés no se reduce solamente a la teoría de juegos, también están fuertemente relacionados con problemas de verificación[1], autómatas de árboles [2] y lógica.

Intuitivamente, los juegos de paridad capturan la situación donde se mezclan dos tipos de propiedades, deseables e indeseables. Además, las propiedades están ordenadas por una relación de prioridad. Esto lleva a una clasificación de las ejecuciones infinitas de un sistema: una ejecución es deseable si la prioridad máxima infinitamente recorrida durante la ejecución es deseable.

Podemos, sin embargo, hacer más fina la clasificación de las propiedades al cuantificarlas, es decir, asignarle números reales en vez de solo etiquetas **deseable** vs **indeseable**. Esto nos lleva a la construcción de los *juegos de prioridad*.

Trabajo realizado en conjunto con:

Wiesław Zielonka IRIF, Université Paris Diderot (Paris 7), París, Francia.

Referencias

- [1] WOLFGANG, THOMAS, *Infinite games and verification*, International Conference on Computer Aided Verification, Springer, Berlin, Heidelberg, 58–65, (2002).
- [2] ZIELONKA, WIESŁAW, *Infinite games on finitely coloured graphs with applications to automata on infinite trees*, Theoretical Computer Science, vol. 200, no 1-2, p. 135–183, (1998).



XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



Árbol generador de costo mínimo con incertidumbre.

*Arturo Merino**

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Chile

Santiago, Chile

Resumen

En esta charla abordaremos el problema del árbol generador de costo mínimo en un contexto donde los pesos en las aristas son inciertos. Inicialmente, para cada arista e de un grafo (V, E) se conocerá un intervalo no vacío A_e , llamado área de incertidumbre, que contiene los posibles pesos a tomar de la arista e . El algoritmo puede escoger un conjunto de aristas $X \subseteq E$ a revelar, de manera que si una arista e es revelada se obtiene un peso $w_e \in A_e$. El objetivo es encontrar un conjunto $X \subseteq E$ de tamaño mínimo que al revelarlo permita calcular un árbol de costo mínimo independiente del valor de las aristas no reveladas, esto es de especial importancia en aplicaciones donde calcular costos específicos puede ser muy costoso, pero se poseen valores aproximados.

El caso adaptativo fue estudiado en [1] y [2]. En esta charla consideraremos el caso no adaptativo, es decir, cuando las aristas a revelar se eligen todas al mismo tiempo. Se formalizará el problema y se mostrará un algoritmo polinomial no adaptativo que computa el conjunto a revelar de tamaño mínimo y, dependiendo de la revelación del conjunto, retorna un árbol generador de costo mínimo. Dicho algoritmo está basado en generalizaciones de la regla azul y roja para computar árboles generadores de costo mínimo sin incertidumbre.

Trabajo realizado en conjunto con:

José Soto¹, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

Referencias

- [1] ERLEBACH, THOMAS; HOFFMAN, MICHAEL; KRIZANC, DANNY; MIHAL'ÁK, MATÚŽ; RAMAN, RAJEEV, *Computing minimum spanning trees with uncertainty*, Proceedings of Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science, (2008). 277-288.
- [2] MEGOW, NICOLE; MEISSNER, JULIE; SKUTELLA, MARTIN, *Randomization helps computing a minimum spanning tree under uncertainty*. SIAM Journal on Computing **46.4**, (2017). 1217-1240.

*Parcialmente financiado por proyecto Fondecyt 11130266, e-mail: amerino@dim.uchile.cl

¹Parcialmente financiado por proyecto Fondecyt 11130266, e-mail: jsoto@dim.uchile.cl



XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



Chromatic numbers of exact distance graphs

Daniel A. Quiroz

Center for Mathematical Modeling

Universidad de Chile

Santiago, Chile

Resumen

Given a graph $G = (V, E)$ and a positive integer p , define the exact distance- p graph $G^{[\#p]}$ as the graph having vertex set V and edge set $E^{[\#p]}$ containing an edge xy if and only if the distance in G between vertices x and y (i.e., the number of edges in the shortest path joining x and y) is exactly p .

We consider the chromatic number $\chi(G^{[\#p]})$ of exact distance graphs. For p even, this number is unbounded even in the class of trees. However, for odd p the number is known to be bounded for many important classes of graphs. A very general result of Nešetřil and Ossona de Mendez [1] implies that there is a constant bound on $\chi(G^{[\#p]})$ when G is planar and p is odd. We present an alternative proof of their result. Our proof relies on the notion of generalized colouring numbers and, in particular, allows us to obtain (much) better upper bounds for the chromatic number of exact distance graphs of planar graphs.

Joint work with:

Jan van den Heuvel, Department of Mathematics, London School of Economics, London, UK.

H.A. Kierstead, School of Mathematics and Statistics, Arizona State University, Tempe, USA.

Referencias

- [1] NEŠETŘIL, JAROSLAV; OSSONA DE MENDEZ, PATRICE, *Sparsity – Graphs, Structures and Algorithms*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2012).



XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



El factor de aproximación del algoritmo de doble-árbol con técnicas de atajos para el problema del vendedor viajero.

Manuel Rogers

*Instituto de ingeniería Matemática
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile*

Resumen

El análisis de los algoritmos de aproximación que forman ciclos eulerianos para el problema del vendedor viajero se centra en la formación de dicho ciclo y no en la conversión del ciclo euleriano a uno hamiltoniano. En particular, estaba la pregunta abierta para algoritmos de *double tree-shortcutting* en el caso euclídeo de si es posible tener un factor de aproximación menor a 2 [1]. En este trabajo cerramos esa pregunta mediante la construcción de una instancia en donde existe un ciclo hamiltoniano que tiene un peso equivalente al del árbol generador mínimo y no existen reducciones relevantes de costos al convertir el ciclo euleriano del árbol generador duplicado en uno hamiltoniano, sin importar de que manera se haga la transformación. Esta instancia particular se contrasta con un escenario esparcido de puntos aleatorios, en donde si se puede reducir el costo del ciclo en un factor constante. Otro resultado de este trabajo es una aproximación en un factor constante de la reducción máxima que se puede hacer con técnicas de *shortcutting* a un ciclo euleriano que viene de un árbol generador duplicado, basado en una aproximación de asignación de recursos de Calinescu et. al [2]. Finalmente, se aborda otro caso particular, el cual es cualquier instancia en donde no existan *shortcuts* que tengan una reducción local de los costos importante. En este caso, se puede concluir que el peso del árbol generador mínimo es cercano al peso del camino más largo de dicho árbol, lo cual implica que el árbol generador duplicado tiene un factor de aproximación menor a 2 sin necesidad de realizar ningún atajo.

Trabajo realizado en conjunto con:

José Verschae, Instituto de ingeniería Matemática
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile.

Referencias

- [1] DEINEKO, VLADIMIR; TISKIN, ALEXANDER, *Min-weight double-tree shortcutting for Metric TSP: Bounding the approximation ratio*, Electronic Notes in Discrete Mathematics **32**, (2009). 19-26.
- [2] CALINESCU, GRUIA; CHAKRABARTI, AMIT; KARLOFF, HOWARD; RABANI, YUVAL *Improved approximation algorithms for resource allocation* International Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization . Springer,, (2002). 401-414.



XXXI Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad Austral de Chile

25, 26 y 27 de abril de 2018, Valdivia, Chile



Fixing Boolean networks asynchronously

Lilian Salinas*

Departamento de Ingeniería Informática y Ciencias de Computación
Universidad de Concepción
Concepción, Chile

Resumen

The asynchronous automaton associated with a Boolean network $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$ is considered in many applications. It is the finite deterministic automaton with set of states $\{0, 1\}^n$, alphabet $\{1, \dots, n\}$, where the action of letter i on a state x consists in either switching the i th component if $f_i(x) \neq x_i$ or doing nothing otherwise. This action is extended to words in the natural way. We then say that a word w fixes f if, for all states x , the result of the action of w on x is a fixed point of f . In this paper, we ask for the existence of fixing words, and their minimal length. Firstly, our main results concern the minimal length of words that fix *monotone* networks. We prove that, for n sufficiently large, there exists a monotone network f with n components such that any word fixing f has length $\Omega(n^2)$. For this first result we prove, using Baranyai's theorem, a property about shortest supersequences that could be of independent interest: there exists a set of permutations of $\{1, \dots, n\}$ of size $2^{o(n)}$, such that any sequence containing all these permutations as subsequences is of length $\Omega(n^2)$. Conversely, we construct a word of length $O(n^3)$ that fixes all monotone networks with n components. Secondly, we refine and extend our results to different classes of fixable networks, including networks with an acyclic interaction graph, increasing networks, conjunctive networks, monotone networks whose interaction graphs are contained in a given graph, and balanced networks.

Joint work with:

Julio Aracena¹, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Maximilien Gadouleau², Departament of Computer Science, Universidad de Durham, Durham, Inglaterra.

Adrien Richard³, Laboratoire d'Informatique, Signaux et Systèmes de Sophia Antipolis, University of Nice-Sophia Antipolis, Sophia Antipolis, Francia.

*Partially supported by Fondecyt 1151265, CNRS project PICS06718, Labex UCN@Sophia, e-mail: lilisalinas@udec.cl

¹Partially supported by Fondecyt 1151265, CNRS project PICS06718, Labex UCN@Sophia, e-mail: jaracena@ing-mat.udec.cl

²e-mail: m.r.gadouleau@durham.ac.uk

³Partially supported by CNRS project PICS06718, Labex UCN@Sophia, e-mail: richard@unice.fr



On transitive Turing machine dynamical system classification

Rodrigo Torres-Avilés*

DCCTI

Universidad del Bío-Bío

Chillán, Chile

Resumen

Turing machines have traditionally been studied as computational models, but we center our line of research on the dynamical properties of Turing machines, thus focusing on their behavior rather than the final results. This approach, in the context of Turing machines, has been fruitful since its inception by Kůrka in 1997 [5], with studies on immortality [3, 6], entropy, equicontinuity, periodicity and, recently, transitivity [4, 2].

The transitivity study shows that this property is undecidable within three Turing machine dynamical systems: Turing machine with moving head (TMH), Turing machine with moving tape (TMT) (both proposed by Kůrka [5]) and the column factor of the latter, the trace shift. However, open questions remain about the topic: What is the classification of transitive Turing machines? What relationships exist between them? Is there a dependency on the concept of blocking words [1]?

We present the classification of transitive Turing machine dynamical systems, in addition to establishing relations between such dynamical systems and transitivity, minimality, reversibility and the existence of blocking words. We can depict those relations in the figure ??.

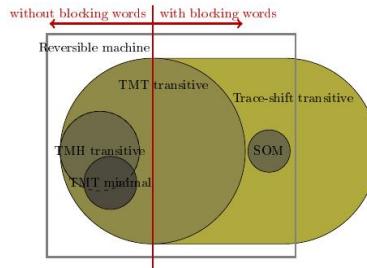


Figure 1: The universe of transitive Turing machines.

Also, it is possible to prove that each sub classification has a infinity amount of Turing machines, using the embedding technique [4, 2].

Joint work with:

Anahí Gajardo¹, DIM, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Nicolas Ollinger², LIFO, Université d'Orléans, Orléans, France.

*Partially supported by FONDECYT, e-mail: rtorres@ubiobio.cl

¹Partially supported by CI²MA, e-mail: anahi@ing-mat.udec.cl

²Partially supported by ECO-SUD, e-mail: nicolas.ollinger@univ-orleans.fr

Referencias

- [1] R. TORRES-AVILÉS AND N. OLLINGER AND A. GAJARDO. *Undecidability of the Surjectivity of the Subshift Associated to a Turing Machine.* Lecture Notes of Computer Science (RC12), 7581:44-56, 2013.
- [2] A. GAJARDO AND N. OLLINGER AND R. TORRES-AVILÉS. *The Transitivity Problem of Turing Machines.* Lecture Notes of Computer Science (MFCS), 9234:231-242, 2015.
- [3] J. KARI AND N. OLLINGER. *Periodicity and Immortality in Reversible Computing.* Lecture Notes of Computer Science (MFCS), 5162:419-430, 2008.
- [4] J. CASSAIGNE AND N. OLLINGER AND R. TORRES-AVILÉS. *A Small Minimal Aperiodic Reversible Turing Machine.* Journal of Computer and System Science, 84C:288-301, 2017.
- [5] P. KŮRKA. *On topological dynamics of Turing machines.* Theoretical Computer Science, 174(1-2):203-216, 1997.
- [6] E. JEANDEL. *On immortal configurations in Turing machines.* In Ochmanski, E., Tyszkiewicz, J., eds.: Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS 2008). Volume 5162 of Lecture Notes in Computer Science., Springer, 419-430, 2009.