

10 Matemáticas Discretas

1. **Expositor:** Víctor Cartes Vidal

Afiliación: Universidad de Concepción

Título: Digrafos con signos y el problema del switch

Resumen: Un grafo (dirigido o no) con signos es un grafo el cual tiene sus aristas etiquetadas con “+” o “-”. Este etiquetado se llama función de signos. Los grafos con signos se han usado para modelar fenómenos físicos y sociales, también aparecen de manera natural al estudiar otras estructuras discretas como, por ejemplo, en las redes Booleanas.

En la literatura se ha estudiado ampliamente los grafos no dirigidos con signos (ver [1], [2] y [3]), pero su contraparte dirigida no se ha estudiado a profundidad. En este trabajo analizaremos los grafos dirigido con signos, para ello usaremos herramientas de la teoría de grupos para estudiar las propiedades de estos. Tras ello obtendremos una estructura algebraica la cual permite abordar diversos problemas asociados a los grafos dirigidos con signos. Uno de estos problemas es el estudio de la switch equivalencia, que como su nombre indica permite definir una relación de equivalencia en el conjunto de funciones signos de un grafo dirigido dado, la cual tiene una gran relevancia en la teoría de grafos con signos.

References

- [1] ZASLAVSKY, THOMAS, *Signed graphs*, Discrete Applied Mathematics, **4**, (1982). 47–74.
- [2] ZASLAVSKY, THOMAS, *Negative (and positive) circles in signed graphs: A problem collection*, AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics **15**, (2018). 31–48.
- [3] CARTWRIGHT, DORWIN; HARARY, FRANK, *Structural balance: a generalization of Heider’s theory*, Psychological review, **63**, (1956). 277.
- [4] HUMPHREYS, JOHN F., *A course in group theory*, **6**, (1996).

2. **Expositor:** Claudio Mansilla

Afiliación: Universidad de Concepción

Título: Discrepancia de ciclos hamiltonianos en hipergrafos 3-uniformes

Resumen: Esta investigación se enmarca en el estudio de un problema contemporáneo en combinatoria extremal. En la teoría, la noción de discrepancia se usa en muchos contextos, incluso en grafos e hipergrafos. Dado un hipergrafo H , las etiquetas $-1, 1$ son asignadas a las hiperaristas de una familia particular de hipergrafos, en este caso ciclos hamiltonianos. La idea es encontrar una cota mínima que asegure una discrepancia no trivial de signos $+$ y $-$ asignados a las aristas de un ciclo hamiltoniano en un hipergrafo 3-uniforme. Para ello nos basamos en el trabajo previo

realizado por Balogh, Csaba, Jing y Pluhár donde se realizó el mismo trabajo, pero para ciclos hamiltonianos en grafos. Lo que se presentará es un resultado parcial, donde se llega a la conclusión de que bajo ciertas condiciones, en efecto se tiene lo requerido.

El objetivo entonces, es encontrar un análogo al trabajo antes mencionado, es decir se responde la siguiente pregunta: Dado un 3-grafo H , sea \mathcal{H} la familia de ciclos hamiltonianos de H . ¿Cuál es el mínimo valor $d > 0$ tal que todo 3-grafo en n vértices donde cada conjunto de 2 vértices está contenido en al menos dn aristas cumple $D(E, H) > 0$?

Para extender el trabajo hecho en grafos a hipergrafos 3-uniformes, nos apoyamos también en el resultado de Rödl, Ruciński y Szemerédi, donde se muestra que el valor buscado satisface $d \geq 1/2$, dado que para un valor más bajo no se puede asegurar la existencia de ciclos hamiltonianos.

3. **Expositor:** Catalina Opazo

Afiliación: Universidad de Concepción

Título: Separating Systems on Trees and Random Graphs

Resumen: For a graph G , an edge-separating (resp. vertex-separating) path system of G is a family of paths in G such that for any pair of edges e_1, e_2 (resp. pair of vertices v_1, v_2) of G there is at least one path in the family that contains one of e_1 and e_2 (resp. v_1 and v_2) but not the other.

We determine the size of a minimum edge-separating path system of T , where T is an arbitrary tree. We obtain bounds for the size of a minimal vertex-separating path system for trees, which we can show to be tight in many cases. We obtain similar results for a variation of the definition, where we require the path system to separate edges and vertices simultaneously. Finally, we also investigate the size of a minimal vertex-separating path system in Erdős–Rényi random graphs.

4. **Expositor:** Isabel Donoso Leiva

Afiliación: Universidad Adolfo Ibáñez

Título: Dynamics of Elementary Automata Networks under different update schemes

Resumen: An Automata Network is a finite graph where each node holds a state from a finite alphabet, and is equipped with a local map defining the evolution of the state of the node depending on its neighbors. The dynamics of the network will depend on the update scheme that determines which nodes are updated at each step. In this work, we study how the dynamics of three Elementary Cellular Automata changes when the update scheme changes. Our approach is based in both theoretical and experimental analysis to study the complexity of the dynamics. Joint work with Eric Goles and Martín Ríos–Wilson.

5. **Expositor:** Valeria Henríquez

Afiliación: Universidad de Concepción

Título: Powers of Hamilton cycles in multipartite graphs

Resumen: The k th power of a graph G is obtained from G by joining any two vertices of distance at most k . It is known that any graph on n vertices (for sufficiently large n) with minimum degree at least $(k-1)n/k$ contains the $(k-1)$ th power of a Hamilton cycle. In this work, we study the minimum degree in a balanced k -partite graph on kn vertices that guarantees the existence of a $(k-1)$ th power of Hamilton cycle. Starting from the base case of $k=3$, we determine that a minimum degree of at least $8n/5+1$ is sufficient. We conjecture that a minimum degree of $3n/2+1$ is sufficient.

6. **Expositor:** Ana Laura Trujillo-Negrete

Afiliación: Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile

Título: Reconstrucción de los Grafos de Fichas

Resumen: Sean G un grafo simple de n vértices y k un entero tal que $1 \leq k \leq n-1$. El grafo de k -fichas, $F_k(G)$, de G es el grafo cuyos vértices son los k -conjuntos de vértices de G , y donde dos de estos k -conjuntos son adyacentes si su diferencia simétrica es una arista de G . El problema de reconstrucción para los grafos de fichas es el siguiente: “Dado un grafo F isomorfo a $F_k(G)$, para algún grafo G y entero k , determinar si G es único (salvo isomorfismos), y de ser así, construir un grafo isomorfo a G ”. En esta plática hablaremos sobre los antecedentes de este problema, así como de algunas propiedades combinatorias de estos grafos. Además, daremos un bosquejo de la reconstrucción de los grafos de fichas para el caso en el que G es conexo y libre de 4-ciclos y diamantes.

7. **Expositor:** Christopher Thraves

Afiliación: Universidad de Concepción

Título: On the Recognition of Strong-Robinsonian Incomplete Matrices

Resumen: A matrix is *incomplete* when some of its entries are missing. A *Robinson* incomplete symmetric matrix is an incomplete symmetric matrix whose non-missing entries do not decrease along rows and columns when moving toward the diagonal. A *Strong-Robinson* incomplete symmetric matrix is an incomplete symmetric matrix A such that $a_{k,l} \geq a_{i,j}$ if $a_{i,j}$ and $a_{k,l}$ are two non-missing entries of A and $i \leq k \leq l \leq j$. On the other hand, an incomplete symmetric matrix is *Strong-Robinsonian* if there is a simultaneous reordering of its rows and columns that produces a Strong-Robinson matrix.

In this presentation, we first show that there is an incomplete Robinson matrix that is not Strong-Robinsonian. Therefore, these two definitions are not equivalent. Secondly, we study the recognition problem for Strong-Robinsonian incomplete matrices. It is known that recognition of incomplete Robinsonian matrices is NP-Complete. We show that the recognition of incomplete Strong-Robinsonian matrices is also NP-Complete. However, we show that recognition of Strong-Robinsonian matrices can be parametrized with respect to the number of missing entries. Indeed, we present an $O(|w|bn^2)$ recognition algorithm for Strong-Robinsonian ma-

trices, where b is the number of missing entries, n is the size of the matrix, and $|w|$ is the number of different values in the matrix. Joint work with Julio Aracena.