

## 15 Modelamiento Matemático

1. **Expositor:** Jorge Aguayo Araneda.

**Afiliación:** Center for Mathematical Modeling - Universidad de Chile, Santiago, Chile

**Título:** *An inverse problem in Fluid Dynamics applied in Biomedicine*

**Resumen:**

New advances are presented in inverse problems of Fluid Mechanics in steady state, with direct applications in the recovery of domain deformations and obstacles, and whose purpose is to contribute to the detection of aortic valve conditions (such as insufficiency or stenosis).

Our first main result is an asymptotic approximation result between the obstacle detection problems and the recovery of a non-negative permeability parameter that assumes significantly large values in the regions with obstacles or the value 0 in other parts. This result is supported by numerical tests that confirm the approximation result. [1]

Our second result presents a logarithmic inequality for the identification problem of the permeability parameter on Navier-Stokes equations from local measurements of fluid velocity. Numerical tests on the recovery of smooth and non-smooth parameters by a minimization problem and adaptive refinement algorithms are also included. [2]

Finally, a parameter identification problem for the Oseen and Navier-Stokes equations is studied in order to recover a permeability parameter from local or global measurements of the fluid velocity. Several numerical experiments using Navier-Stokes flow illustrate the applicability of the method, for the localization of a simulated 2D cardiac valve from synthetic MRI and also recovering of the permeability parameter from 3D synthetic MRI. [3, 4]

Joint work with:

**Axel Osses**<sup>[41]</sup>, Departamento de Ingeniería Matemática - CMM, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

**Cristóbal Bertoglio**<sup>[42]</sup>, Bernoulli Institute, University of Groningen, Groningen, The Netherlands.

## References

- [1] AGUAYO, JORGE; CARRILLO, HUGO, *Analysis of obstacles immersed in viscous fluids using Brinkman's Law for steady Stokes and Navier-Stokes equations*, SIAM Journal on Applied Mathematics **82** 4 (2022).

---

<sup>41</sup>e-mail: axosses@dim.uchile.cl

<sup>42</sup>e-mail: c.a.bertoglio@rug.nl

- [2] AGUAYO, JORGE; OSSES, AXEL, *A stability result for the identification of a permeability parameter on Navier-Stokes equations*, Inverse Problems **38** 7 (2022).
- [3] AGUAYO, JORGE, *An inverse problem in Fluid Mechanics applied in Biomedicine*. PhD Thesis, University of Groningen and Universidad de Chile (2022).
- [4] AGUAYO, JORGE; BERTOGLIO, CRISTÓBAL; OSSES, AXEL. *A distributed resistance inverse method for flow obstacle identification from internal velocity measurements* Inverse Problems **37** 2 (2020).

2. **Expositor:** Romel Pineda

**Afiliación:** CI<sup>2</sup>MA y Departamento de Ingeniería Matemática , Universidad de Concepción , Concepción, Chile

**Título:** *A model of reactive settling of activated sludge in sequencing batch reactors*

**Resumen:**

A model for reactive sedimentation in sequencing batch reactors (SBR) under a spatial transformation in a fixed domain is studied. The model equations, consisting of vectors of solid and liquid components reacting with each other, take into account the variation of the upper level of the suspension. A numerical scheme alternative to the approach presented in [1, 2, 3] is proposed. The new idea consists in transforming the computational domain with a moving boundary to a fixed computational grid. This approach is easier to implement computationally in many situations. Additionally, a numerical example is provided for the activated sludge model ASM1 [4] and compared with existing literature [3], where it is shown that the proposed numerical scheme is capable of producing accurate and stable solutions.

Joint work with:

**Raimund Bürger**<sup>[43]</sup>, CI<sup>2</sup>MA y Departamento de Ingeniería Matemática, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Stefan Diehl**<sup>[44]</sup>, Centre for Mathematical Sciences, Faculty of Engineering, Lund University, Lund, Sweden.

**Julio Careaga**<sup>[45]</sup>, Department of Mathematics, Faculty of Science, Radboud University, Nijmegen, Netherlands.

---

<sup>43</sup>Partially supported by ANID through CMM, BASAL project FB210005; Anillo ANID/PIA/ACT210030; CRHIAM, project ANID/FONDAP/15130015; and project Fondecyt 1210610, e-mail: [rburger@ing-mat.udec.cl](mailto:rburger@ing-mat.udec.cl)

<sup>44</sup>Partially supported by Swedish Research Council (Vetenskapsrådet, 2019-04601), e-mail: [stefan.diehl@math.lth.se](mailto:stefan.diehl@math.lth.se)

<sup>45</sup>Partially supported by ANID through CMM, BASAL project FB210005 and Anillo ANID/PIA/ACT210030, e-mail: [j.careaga@science.ru.nl](mailto:j.careaga@science.ru.nl)

## References

- [1] BÜRGER, RAIMUND; CAREAGA, JULIO; DIEHL, STEFAN, *A method-of-lines formulation for a model of reactive settling in tanks with varying cross-sectional area*, IMA J. Appl. Math., **86(3)**, (2021). 514-546.
- [2] BÜRGER, RAIMUND; CAREAGA, JULIO; DIEHL, STEFAN; PINEDA ROMEL, *A moving-boundary model of reactive settling in wastewater treatment. Part 1: Governing equations*, Appl. Math. Model. **106**, (2022) . 390-401.
- [3] BÜRGER, RAIMUND; CAREAGA, JULIO; DIEHL, STEFAN; PINEDA ROMEL, *A moving-boundary model of reactive settling in wastewater treatment. Part 2: Numerical scheme*, Appl. Math. Model. **111**, (2022) . 247-269.
- [4] M. HENZE, GUJER, T. W., MINO, M. C. M. VAN LOOSDRECHT, *Activated Sludge Models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3*, IWA Scientific and Technical Report No. 9, IWA Publishing, London, UK, (2000). 6-34.

### 3. Expositor: Aníbal Coronel.

**Afiliación:** Departamento de Ciencias Básicas-Centro de Ciencias Exactas CCE-Universidad del Bío-Bío, Campus Fernando May, Chillán, Chile.

**Título:** *Coefficients determination results for reaction-diffusion systems*

**Resumen:** In this paper, we introduce the necessary conditions for existence and uniqueness of a coefficients determination problem in a class of reaction-diffusion systems from a knowledge of an observation of the state variables. The system is a unified version of several mathematical models arising in biomathematics, particularly in the cases of disease transmission and competition of two species in an ecosystem. We introduce a formulation of the inverse problem as a constrained optimization problem for an appropriate cost functional. Our findings are the following: we prove the existence of a minimizer for the cost functional, introduce a first order necessary optimality condition, deduce stability of the inverse problem unknowns with respect to the observation functions, and demonstrate the uniqueness of identification problem up an additive constant.

Joint work with:

**Fernando Huancas**<sup>[46]</sup>, Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Naturales, Matemáticas y del Medio Ambiente, Universidad Tecnológica Metropolitana, Santiago, Chile

---

<sup>46</sup>Partially supported by the Competition for Research Regular Projects, year 2020, Code LPR20-06 and Fondecyt Regular 1230560, e-mail: [fhuancas@utem.cl](mailto:fhuancas@utem.cl)

## References

- [1] CHEN, Q.; LIU, J.J., *Solving an inverse parabolic problem by optimization from final measurement data*, J. Comput. Appl. Math. **193**, (2006). 183–203.
- [2] CORONEL, A.; FRIZ, L.; HESS, I.; ZEGARRA, M. , *On the existence and uniqueness of an inverse problem in epidemiology*, Applicable Analysis. **100**, (2021). 513–526.
- [3] CORONEL, A.; HUANCAS, F.; SEPÚLVEDA, M. , *A note on the existence and stability of an inverse problem for a SIS model*, Comput. Math. Appl. **77**, (2019). 3186–3194.
- [4] CORONEL, A.; HUANCAS, F.; SEPÚLVEDA, M. , *Identification of space distributed coefficients in an indirectly transmitted diseases model*, Inverse Problems. **33**, (2019). no. 11, 115001, 20 pp.
- [5] XIANG, H.; LIU, B., *Solving the inverse problem of an SIS epidemic reaction–diffusion model by optimal control methods*, Comput. Math. Appl. **70**, (2015). 805–819.

4. **Expositor:** Fernando Huancas.

**Afiliación:** Facultad de Ciencias Naturales, Matemáticas y del Medio Ambiente, Universidad Tecnológica Metropolitana, Santiago, Chile

**Título:** *Positive periodic solutions for a SIS-type model*

**Resumen:**

In this work we develop a study of positive periodic solutions for a mathematical model of the propagation dynamics of a pathogen, which lives in a vector population, over a plant population. We propose a generalized compartment model of SIS type. The model is deduced by considering mainly the following four assumptions: (i) the plant population is subdivided into healthy plants which are susceptible to virus infection and infected plants ; (ii) the vector population is subdivided into non-infectious vectors and infectious vectors; (iii) the dynamics of the pathogen propagation is given by follow the standard SIS dynamics propagation; and (iv) the rates of pathogen propagation are time dependent functions. In the main contribution of this paper, we introduce a sufficient condition for the existence of positive periodic solutions of the model. The proof of the main results are based on a priori estimates of system solutions and the application of coincidence degree theory.

Joint work with:

**Aníbal Coronel**<sup>47</sup> Departamento de Ciencias Básicas-Centro de Ciencias Exactas CCE-UBB, Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío, Campes Fernando May, Chillán, Chile.

---

<sup>47</sup>Partially supported by Fondecyt Regular 1230560, e-mail: [acorone1@ubiobio.cl](mailto:acorone1@ubiobio.cl)

## References

- [1] ANDERSON, R.M.; MAY, R.M, *Population biology of infectious diseases I*, Nature. **280**, (1979). 361-1563.
- [2] BOKIL, V. A.; ALLEN, L. J. S.;JEGER,M. J.;LENHART,M. J. , *Optimal control of a vectored plant disease model for a crop with continuous replanting*, Journal of Biological Dynamic. **13:sup1**, (2019). 325-353.
- [3] HETHCOTE, H, *Qualitative analyses of communicable disease models*, Math. Biosci. **28**, (1976). 335-356.
- [4] HETHCOTE, H.W, *The mathematics of infectious diseases*, SIAM Rev. **42**, (1976). 599-653.
- [5] KUZNETSOV, Y.A.; PICCARDI, C, *Bifurcation analysis of periodic SEIR and SIR epidemic models*, J. Math. Biol. **32**, (1994). 109-121.
- [6] LI, F.; ZHAO, X.Q., *A periodic SEIRS epidemic model with a time-dependent latent period*, J. Math. Biol. **78**, (2019). 1553-1579.

5. **Expositor:** Jorge Moya.

**Afiliación:** Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción.

**Título:** *Finite volume method in tsunami models and coastal forest interaction*

**Resumen:**

This research is focused on modeling tsunamis and exploring the potential of coastal vegetation as a means of mitigation. To simulate tsunami propagation and coastal inundation, we employed finite volume methods combined with projection methods for the non-hydrostatic pressure, as described in [1]. The study was validated using field data and experimental observations.

In order to achieve that, we use a multilayer system based on the LDNH<sub>0</sub> model, which approximates the Euler equations under the assumptions of constant velocities and linear pressures. In addition of that we add drag forces, inertia forces, and porosity to model the interaction with the forest, based on [2], and extended them to make them compatible with multilayer systems. This manner, we can more precisely model the vertical properties of the forest, making multilayer systems a valuable tool for future research in this field.

Our partial findings suggest that depending of the vegetation characteristics such as density, height, wood type, and arrangement, coastal vegetation can provide significant mitigation effects for tsunamis and be an effective natural defense against coastal hazards. This research has important implications for coastal planning, management and provides valuable insights into the potential role of ecosystem-based approaches for disaster risk reduction.

Joint work with:

**Raimund Bürger**<sup>48</sup>, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

**Enrique Fernandez-Nieto**<sup>49</sup>, Departamento de Matemática Aplicada I, Universidad de Sevilla, Sevilla, España.

## References

- [1] MANUEL CASTRO, ENRIQUE FERNANDEZ-NIETO, *A Class of Computationally Fast First Order Finite Volume Solvers: PVM Methods*, SIAM Journal on Scientific Computing, Volume 34, Issue 4, 2012
- [2] KOSUKE IIMURA, NORIO TANAKA *Numerical simulation estimating effects of tree density distribution in coastal forest on tsunami mitigation* Ocean Engineering, Volume 54, 1 November 2012, Pages 223-232.

6. **Expositor:** Rafael Lozada-Yavina.

**Afiliación:** Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

**Título:** *La enfermedad de Chagas en Chile, un estudio vía modelamiento matemático*

**Resumen:**

La enfermedad de Chagas es el resultado de la infección producida por el protozooario *Trypanosoma cruzi* que parasita una gran cantidad de mamíferos, entre los cuales se incluye el ser humano. Su vector es un insecto triatomino hematófago, de diferentes especies, las que varían según la zona geográfica. Es endémica en Latinoamérica y es una de las 17 enfermedades declaradas como desatendidas por la Organización Mundial de la Salud. Actualmente, los mecanismos más importantes de transmisión son la congénita y la transfusional. Esta enfermedad sigue siendo un problema de salud pública, a nivel mundial y aunque se han hecho esfuerzos por controlar su propagación, lo cierto es que interrumpir su transmisión, sigue siendo un desafío pendiente.

Muchos modelos matemáticos epidemiológicos para enfermedades causadas por vectores se centran en los mecanismos de transmisión de la enfermedad y no tienen en cuenta aspectos demográficos de una población. Estos se consideran periféricos, además de no considerar migraciones; aspectos que consideramos importantes.

Este estudio pretende describir a través de un sistema diferencial ordinario la dinámica epidemiológica de la enfermedad de Chagas teniendo en cuenta los principales mecanismos de transmisión y los efectos demográficos de natalidad, mortalidad y migración humana en este escenario.

---

<sup>48</sup>Partially supported by Fondecyt 1210610, e-mail: [rburger@ing-mat.udec.cl](mailto:rburger@ing-mat.udec.cl)

<sup>49</sup>e-mail: [edofer@us.es](mailto:edofer@us.es)

Joint work with:

**Carolina Marchant**<sup>50</sup>, Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

**Beatriz Cancino Faure**<sup>51</sup>, Departamento de Ciencias Preclínicas, Universidad Católica del Maule, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

**Erix W. Hernández Rodríguez**<sup>52</sup>, Departamento de Medicina Traslacional, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

**Fernando Córdova-Lepe**<sup>53</sup>, Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

## References

- [1] CANALS, M., CACERES, D., ALVARADO, S., CANALS, A. AND CATTAN, P., *Modeling Chagas disease in Chile: From vector to congenital transmission*, Biosystems **156**, (2017). DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.biosystems.2017.04.004>
- [2] MARTCHEVA, M. *An introduction to mathematical epidemiology*. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, (2015).
- [3] SIMOY, M.I. AND APARICIO, J.P., *Ross-macdonald models: Which one should we use?*, Acta tropica, (2020). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.actatropica.2020.105452>

7. **Expositor:** Alejandro Rojas-Palma.

**Afiliación:** Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

**Título:** *A soil water indicator for a dynamic model of crop and soil water interaction*

**Resumen:** Water scarcity is a critical issue in agriculture, and the development of reliable methods for determining soil water content is crucial for effective water management. This study proposes a novel theoretical non-physiological indicator of soil water content obtained by applying the next-generation matrix method. This indicator reflects the water-soil-crop dynamics and can be used to identify the minimum viable value of soil water content that ensures crop growth over time.

The development of this indicator is based on a two-dimensional nonlinear dynamic that considers two different irrigation scenarios: the first one involves constant irrigation, and the second scenario irrigates in regular periods by assuming each irrigation as an impulse in the system. The

---

<sup>50</sup>e-mail: [carolina.marchant.fuentes@gmail.com](mailto:carolina.marchant.fuentes@gmail.com)

<sup>51</sup>e-mail: [mbcancino@gmail.com](mailto:mbcancino@gmail.com)

<sup>52</sup>e-mail: [ehernandez@ucm.cl](mailto:ehernandez@ucm.cl)

<sup>53</sup>e-mail: [fcordovalepe@gmail.com](mailto:fcordovalepe@gmail.com)

analysis considers the study of the local stability of the system by incorporating parameters involved in the water-soil-crop dynamics. We established a criterion for identifying the minimum viable value of soil water content for crop growth over time. Finally, the model was calibrated and validated using data from an independent field study on apple orchards obtained from a previous field study.

Our results suggest the advantages of using this theoretical approach in modeling the plants' conditions under water scarcity as the first step before an empirical model. The proposed indicator has some limitations, evidencing the need for future studies that consider other factors that affect soil water content.

Joint work with:

**Edwin Duque-Marín**<sup>54</sup> Doctorado en Modelamiento Matemático Aplicado, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

**Marcos Carrasco-Benavides**<sup>55</sup> Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

## References

- [1] DUQUE-MARÍN, EDWIN; ROJAS-PALMA, ALEJANDRO; CARRASCO-BENAVIDES, MARCOS, *Mathematical modeling of fruit trees' growth under scarce watering*, J. Phys. Conf. Ser., 2046 (2021), 012017.
- [2] FARES, ALI; ALVA; ASHOK *Evaluation of capacitance probes for optimal irrigation of citrus through soil moisture monitoring in an entisol profile*, Irrig Sci, 19 (2000), 57–64.
- [3] FERNANDES-SILVA, ANABELA; OLIVEIRA, MANUEL; PAÇO, TERESA; FERREIRA, ISABEL *Deficit irrigation in Mediterranean fruit trees and grapevines: Water stress indicators and crop responses*, Irrigation in Agroecosystems, (2019).
- [4] HARRINGTON, PETER; LEWIS, MARK, *A next-generation approach to calculate source-sink dynamics in marine metapopulations*, Bull. Math. Biol., 82 (2020), 1–44.
- [5] DÍAZ-GONZALEZ, VICENTE; ROJAS-PALMA, ALEJANDRO; CARRASCO-BENAVIDES, MARCOS, *How Does Irrigation Affect Crop Growth? A Mathematical Modeling Approach*, Mathematics, 10 (2022), 151.

8. **Expositor:** Sebastián Barrientos.

**Afiliación:** Universidad Técnica Federico Santa María, Chile

---

<sup>54</sup>e-mail: fedwer@gmail.com

<sup>55</sup>e-mail: mcarrascob@ucm.cl



**Título:** *Modelos atmosféricos a escala exterior: análisis matemático y comparación con datos de telemetría de óptica adaptativa*

**Resumen:** En óptica adaptativa se estudian modelos de propagación que ayudan a corregir las aberraciones ópticas causadas por la turbulencia atmosférica. Específicamente, para compensar los efectos de distorsión introducidos a lo largo de la trayectoria de propagación entre una fuente de luz y un receptor (lente del telescopio), es importante estimar ciertos parámetros ópticos de la turbulencia, como la escala exterior  $L_0$  y el parámetro de Fried  $r_0$ . Es importante considerar que la escala exterior  $L_0$ , a diferencia de  $r_0$ , es una variable que depende del modelo, es decir, su comportamiento está relacionado con las suposiciones o especificaciones del modelo.

El objetivo de este trabajo es realizar un análisis teórico de la derivación matemática de las covarianzas puntuales y las covarianzas de los ángulos de llegada promediados sobre aberturas cuadradas de tamaño finito (denominadas generales), junto a una comparación de éstas, para cada uno de los modelos espectrales considerados: Von Karmán, Greenwood, Exponencial y el modelo clásico de Kolmogorov. Una diferencia importante entre estas covarianzas es que la covarianza general tiene asociado un límite de validez que depende de la escala externa y del diámetro de las aberturas.

Además, se ha realizado un análisis empírico ajustando los modelos teóricos a los datos obtenidos de la telemetría del sistema AOF (Actuador Óptico de Fase) de Paranal. Las covarianzas empíricas transversales y longitudinales se obtienen a partir de las medidas de pendiente de la telemetría del AOF. Ajustando este conjunto de covarianzas empíricas buscamos estimar los parámetros de turbulencia ( $r_0$ ,  $L_0$ ), el error de medida,  $\sigma_e$ , y la contribución TT del jitter (fluctuaciones aleatorias en la posición aparente) de la estrella guía láser,  $\sigma_{s_\phi}$ . Se trata, por tanto, de determinar qué modelo proporciona los mejores ajustes bajo ciertos criterios de optimalidad del algoritmo, tiempos de compilación, entre otros.

Como resultados, a partir del estudio teórico es posible encontrar una solución analítica para las covarianzas puntual y general para cada modelo, excepto para el modelo Exponencial. En la figura (a) es posible ver el comportamiento de estas covarianzas bajo ciertos valores fijos de los parámetros ópticos  $r_0$  y  $L_0$ . A partir del estudio de los datos, resultan especialmente interesantes los modelos de Von Karmán y Greenwood sobre los modelos Exponencial y de Kolmogorov, dado que presentan un mejor ajuste de los parámetros ópticos. La figura (b) muestra un ajuste de covarianza general del modelo de Von Karmán.

9. **Expositor:** Laura Milena Romero Parada

**Afiliación:** Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile

**Título:** *Modelización matemática de la dinámica poblacional para machos que aplican tácticas alternativas de apareamiento*

**Resumen:** En el contexto de la competencia reproductiva entre individuos de la misma especie y del mismo sexo, los animales han desarrollado a lo largo del tiempo diversos rasgos de comportamiento, buscando aumentar la contribución a las generaciones futuras en términos de supervivencia y éxito reproductivo. Estos rasgos se denominan tácticas alternativas de apareamiento (TAA).

Con el propósito de estudiar la coexistencia de TAA en machos, teniendo en cuenta el efecto de los mecanismos de selección dependiente de frecuencia y edad, se presenta un modelo matemático compartimental a tiempo discreto que muestra la dinámica evolutiva poblacional de TAA en los machos, basados en las ecuaciones en diferencias.

El modelo es un sistema de la forma

$$\vec{N}(t+1) = f[\alpha(t), P(t), \vec{N}(t)], \quad (7)$$

donde  $\vec{N}(t)$  es un vector que denota el vector de distribución de la población en el tiempo  $t$  en clases de edad y tácticas de apareamiento. Además, en (7), la función  $f[\cdot]$  hace referencia a una matriz de dinámica poblacional conocida como matriz de transición con parámetros variables en este caso. Nótese que  $\alpha(t)$  hace referencia a los parámetros asociados al éxito reproductivo y  $P(t)$  a las distribuciones porcentuales entre las tácticas cuyos valores en el tiempo estarán determinados por sus propias leyes dinámicas. El modelo propuesto y los resultados asociados serán discutidos en un contexto evolutivo.

Joint work with:

**Fernando Córdova-Lepo**<sup>56</sup> Departamento de Matemática, Física y Estadística, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

**Nelson A. Velásquez**<sup>57</sup> Departamento de Biología y Química, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

## References

- [1] J. Brockmann, The evolution of alternative strategies and tactics, *Advances in the Study of Behavior*, 2001. DOI: 10.1016/S0065-3454(01)80004-8.
- [2] H. Caswell. *Matrix population models* (Vol. 1). Sinauer Sunderland, MA, 2000.
- [3] W. J. Dominey, Alternative mating tactics and evolutionarily stable strategies, *American Zoologist*, 1984. DOI: 10.1093/icb/24.2.385.

---

<sup>56</sup>E-mail: [fcordova@ucm.cl](mailto:fcordova@ucm.cl)

<sup>57</sup>E-mail: [nvelasquez@ucm.cl](mailto:nvelasquez@ucm.cl)

- [4] R. F. Oliveira, M. Taborsky and H. J. Brockmann. *Alternative reproductive tactics: An integrative approach*. Cambridge University Press, 2008.