XXXV Jornada de Matemática de la Zona Sur
Universidad de Concepción
19, 20 y 21 de abril de 2022, Concepción, Chile

Universidad de Concepción
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Cursillo: Integrando la inteligencia artificial en la enseñanza de matemáticas - usando ChatGPT y Wolfram Alpha

Alejandra Maldonado*
Departmento de Física
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Concepción
Concepción, Chile

Abstract

Este cursillo de 3 sesiones de 1 hora y 30 minutos cada una, tiene como objetivo mostrar cómo utilizar dos herramientas tecnológicas, ChatGPT y Wolfram Alpha, para mejorar la enseñanza de matemÃ¡ticas. Los participantes aprenderÃ¡n cómo funcionan estas herramientas y cómo generar rubricas de desempeño para estudiantes, generar resultados de aprendizaje y crear evidencias asociadas a estos resultados. AdemÃ¡s, se evaluarÃ¡ la efectividad de estas herramientas en la enseñanza y se proporcionarÃ¡n estrategias para aplicar estos conocimientos en su propia prÃ¡ctica docente. Los asistentes necesitarÃ¡n llevar sus computadoras, un ejercicio resuelto con su pauta de evaluación y una entrega anonimizada de algÃºn estudiante.

Sesión 1: Introducción a ChatGPT y Wolfram Alpha

En esta sesión se presentarÃ¡n las herramientas ChatGPT y Wolfram Alpha, se explicarÃ¡ cómo funcionan y se mostrarÃ¡n ejemplos de cómo se pueden utilizar en la enseñanza de matemÃ¡ticas. Resultados de aprendizaje: Comprender cómo funcionan ChatGPT y Wolfram Alpha y cómo se pueden utilizar en la enseñanza de matemÃ¡ticas.

Sesión 2: Creación de rubricas de desempeño con ChatGPT y Wolfram Alpha

En esta sesión, los participantes aprenderÃ¡n cómo utilizar ChatGPT y Wolfram Alpha para generar rubricas de desempeño para estudiantes de matemÃ¡ticas. Se proporcionarÃ¡n ejemplos y se les darÃ¡ la oportunidad de practicar creando sus propias rubricas. Resultados de aprendizaje: Utilizar ChatGPT y Wolfram Alpha para generar rubricas de desempeño para estudiantes de matemÃ¡ticas.

Sesión 3: Evaluación de la efectividad de ChatGPT y Wolfram Alpha en la enseñanza de matemáticas

En esta sesión, se evaluarÃ¡ la efectividad de utilizar ChatGPT y Wolfram Alpha en la enseñanza y el aprendizaje de matemÃ¡ticas. Se discutirÃ¡n los resultados y se proporcionarÃ¡n estrategias para aplicar los conocimientos adquiridos en el cursillo en su propia prÃ¡ctica docente. Resultados de aprendizaje: Evaluar la efectividad de utilizar ChatGPT y Wolfram Alpha en la enseñanza y el aprendizaje de matemÃ¡ticas y Aplicar los conocimientos adquiridos en el cursillo para mejorar la enseñanza de matemÃ¡ticas en su propia prÃ¡ctica docente.

*E-mail: ãlemaldonado@udec.cl

Cursillo: Una introducción a la formación de patrones de Turing

Raimund Bürger*
CI^{2}MA & Departmento de Ingeniería Matemática
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Concepción
Concepción, Chile

Abstract

El concepto de *patrón de Turing* (o *patrones de Turing*) fue introducido por el matemático inglés Alan Turing (1912–1954) en 1952 en su artículo *The chemical basis of morphogenesis* [5]. Este artículo fundamental describe la manera en la que los patrones en la naturaleza como rayas y puntos pueden surgir naturalmente a partir de un estado uniforme homogéneo. La teoría original de la morfogénesis se basa en la teoría de sistemas de ecuaciones de reacción-difusión. En dos dimensiones espaciales, tales modelos pueden ser escritos en la forma

$$\begin{aligned} \partial_t u &= f(u,v) + D_1 \Delta u, \\ \partial_t v &= g(u,v) + D_2 \Delta v, \end{aligned} \tag{1}$$

donde $u = u(x,y,t)$ y $v = v(x,y,t)$ son concentraciones de dos sustancias químicas que ocupan el mismo dominio espacial, por ejemplo $(x,y) \in \Omega = [0,1]^2$, donde t es el tiempo, $f = f(u,v)$ y $g = g(u,v)$ son funciones dadas, $\Delta w := \partial_x^2 w + \partial_y^2 w$ es el Laplaciano para alguna función w dada, y el sistema se considera, por ejemplo, con condiciones iniciales y de frontera (flujo cero). Las sustancias con concentraciones u y v se llaman *activador* e *inhibidor*, respectivamente, y las funciones f y g describen la cinética de reacción entre ellas. El aporte importante realizado por Turing es una idea simple pero profunda: observó que si en la ausencia de difusión ($D_1 = D_2 = 0$), u y v tienden a un estado estacionario uniforme linealmente estable del sistema dinámico $u' = f(u,v)$, $v' = g(u,v)$, entonces bajo ciertas condiciones se pueden generar patrones espaciales no homogéneos debido a una *inestabilidad impulsada por difusión* si $D_1 \neq D_2$. Este concepto era muy novedoso en el momento de su formulación considerando que normalmente se considera la difusión como proceso estabilizante. El mecanismo de la formación de patrones por mecanismos de reacción-difusión puede explicar muchos fenómenos biológicos tales como la morfogénesis, por ejemplo la formación de patrones en la piel de animales, embriología, formación de órganos, ecología, y sistemas depredador-presa [1, 2, 3, 4, 6].

El cursillo ofrece una introducción a la formación de patrones descrita por sistemas de reacción-difusión del tipo (1). Después de una breve revisión de los fundamentos químicos nos concentraremos en el análisis de las condiciones, expresadas por restricciones sobre la estructura de las funciones f y g, los coeficientes D_1 y D_2, y las dimensiones del dominio espacial, que permitan la formación de patrones; en particular discutiremos la estructura espacial de patrones que se pueden formar. Los resultados son ilustrados por ejemplos numéricos. El cursillo concluye con una revisión de resultados de investigación y aplicaciones recientes.

*Partially supported by ANID (Chile) grant numbers Fondecyt 1210610; Anillo ANID/ACT210030; Centro de Modelamiento Matemático (CMM), projects ACE210010 and FB210005 of BASAL funds for Centers of Excellence; and CRHIAM, project ANID/FONDAP/15130015. E-mail: `rburger@udec.cl`

References

[1] Britton, N.F., *Essential Mathematical Biology*, Springer-Verlag, London, 2003.

[2] Hoyle, R., *Pattern formation. An Introduction to Methods*, Cambridge University Press, 2006.

[3] Murray, J.D., *Mathematical Biology. II: Spatial Models and Biomedical Applications*, Springer-Verlag, New York, 2003.

[4] Okubo, A. & Levin, S.A., *Diffusion and Ecological Problems. Modern Perspectives*, Springer-Verlag, New York, 2001.

[5] Turing, A., *The chemical basis of morphogenesis*, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. Ser. B. Biol. Sci. **237** (641) (1952), 37–72.

[6] Wollkind, D.J. & Dichone, B.J., *Comprehensive Applied Mathematical Modeling in the + Natural and Engineering Sciences. Theoretical Predictions Compared with Data*, Springer Nature, Cham, Switzerland, 2017.

Sobre el "Grupo Modular"

Rubén A. Hidalgo*
Departamento de Matemática y Estadística
Universidad de La Frontera
Temuco, Chile

Resumen

Salvo contados contraejemplos, en general los estudiantes no realizan interconexiones entre los diversos cursos de pregrado de matemaáticas. La idea de este pseudo-cursillo es mostrar una tal conexión entre teoría de grupos por un lado y topología por otro. Los únicos prerequisitos serán, en consecuencia, tales cursos.

Un grupo topológico G es un grupo junto a una topología Hausdorff donde la operación de grupo y la inversión son funciones continuas. Todo subgrupo del grupo topológico G es, con la topología inducida, un grupo topológico y, la continuidad de la operación binaria e inversión permiten ver que la clausura topológica de un subgrupo sigue siendo un subgrupo. Por otro lado, si H es un subgrupo normal y cerrado, entonces el grupo cociente G/H, con la topología cociente, es un grupo topológico.

Si X es un espacio topológico Hausdorff, entonces el grupo $\mathrm{Hom}(X)$, de los homeomorfismos de X (con la operación binaria dada por la composición), resulta ser un grupo topológico. La componente conexa $\mathrm{Hom}_0(X)$ que contiene a la identidad es un ejemplo de un subgrupo normal cerrado. De esta manera, obtenemos el grupo topológico cociente $\mathrm{MCG}(X) = \mathrm{Hom}(X)/\mathrm{Hom}_0(X)$, llamado el *Grupo (extendido) Modular* (*Mapping Class group*) de X. En general, $\mathrm{Hom}_0(X)$ no tiene por qué coincidir con la componente arco-conexa que contiene a la identidad (es decir, es posible que algún elemento de $\mathrm{Hom}_0(X)$ no sea isotópico a la identidad). Pero, por ejemplo, cuando X es una variedad topológica que es homeomorfa al interior de una variedad compacta (posiblemente con borde), se tiene tal igualdad.

En este cursillo (de tres horas), intentaré clarificar lo anterior (sin entrar en detalles muy técnicos) y ver (si el tiempo lo permite) el caso de $\mathrm{MCG}(S)$ para el caso de S una superficie orientable (tanto de tipo finito como de tipo infinito).

*Parcialmente financiado por Proyecto FONDECYT 1190001, e-mail: `ruben.hidalgo@ufrontera.cl`